CHỦ ĐỀ 6.	PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẲNG

❍ Bài 01

PHÉP BIẾN HÌNH

Định nghĩa

Quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm xác định duy nhất M' của mặt phẳng đó được gọi là phép biến hình trong mặt phẳng.

Nếu ký hiệu phép biến hình là F thì ta viết $F(M)=M'$ hay $M'=F(M)$ và gọi điểm M' là ảnh của điểm M qua phép biến hình F.
Nếu $\mathscr{H}$ là một hình nào đó trong mặt phẳng thì ta kí hiệu $\mathscr{H}'=F(\mathscr{H})$ là tập các điểm $M'=F(M)$, với mọi điểm M thuộc $\mathscr{H}$. Khi đó ta nói F biến hình $\mathscr{H}$ thành hình $\mathscr{H}'$, hay hình $\mathscr{H}'$ là ảnh của hình $(\mathscr{H})$ qua phép biến hình F.
Phép biến hình biến mỗi điểm M thành chính nó được gọi là phép đồng nhất.

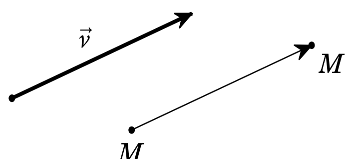
❍ Bài 02

PHÉP TỊNH TIẾN

1. Định nghĩa

Trong mặt phẳng cho vectơ $\vec{v}$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'}=\vec{v}$ được gọi là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ thường được lí hiệu là $T_{\vec{v}}$, $\vec{v}$ được gọi là vectơ tịnh tiến.



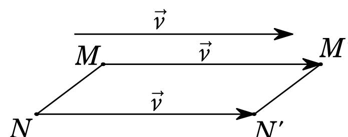
Như vậy

$$T_{\vec{v}}(M)=M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'}=\vec{v}.$$

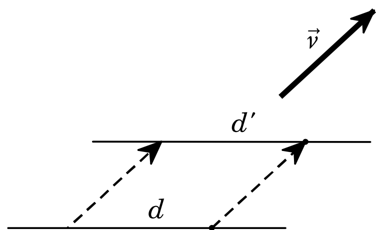
Phép tịnh tiến theo vectơ – không chính là phép đồng nhất.

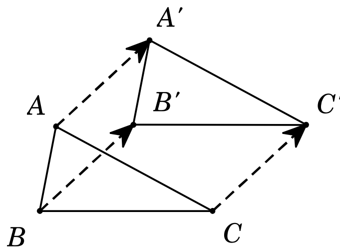
2. Tính chất

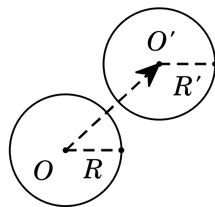
Tính chất 1. Nếu $T_{\vec{v}}(M)=M'$, $T_{\vec{v}}(N)=N'$ thì $\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{MN}$ và từ đó suy ra $M'N'=MN$.



Tính chất 2. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn cùng bán kính.







3. Biểu thức toạ độ

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vectơ $\vec{v}=(a;b)$. Với mỗi điểm $M(x;y)$ ta có $M'(x';y')$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$. Khi đó

$$\overrightarrow{MM'}=\vec{v}\Leftrightarrow\begin{cases}x'-x=a\\y'-y=b\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}x'=x+a\\y'=y+b\end{cases}.$$

Biểu thức trên được gọi là biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường tròn cho trước thành chính nó?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Có đúng một phép tịnh tiến. Tịnh tiến theo vectơ–không. **Chọn B.**

Câu 2. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một hình vuông thành chính nó?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Có đúng một phép tịnh tiến. Tịnh tiến theo vectơ–không. **Chọn B.**

Câu 3. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường thẳng cho trước thành chính nó?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Khi tịnh tiến đường thẳng theo vectơ $\vec{v}$ có phương cùng phương với đường thẳng thì đường thẳng biến thành chính nó.

Mà có vô số vectơ $\vec{v}$ có phương cùng phương với đường thẳng.

Vậy có vô số phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành chính nó. **Chọn D.**

Câu 4. Cho hai đường thẳng d và d' song song với nhau. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến d thành d'?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải. Trên d, d' lần lượt lấy A, A' bất kì.

Khi đó, d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến vectơ $\overrightarrow{AA'}$.

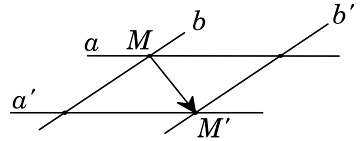
Vậy có vô số phép tịnh tiến biến d thành d' thỏa mãn d song song d'. **Chọn D.**

Câu 5. Cho bốn đường thẳng a, b, a', b' trong đó $a // a'$, $b // b'$ và a cắt b. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến a thành a' và b thành b'?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Giả sử a cắt b tại M; a' cắt b' tại M'.

Khi đó vectơ $\overrightarrow{MM'}$ là vectơ tịnh tiến thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

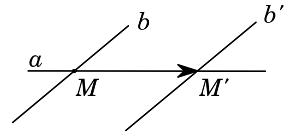


Câu 6. Cho đường thẳng a cắt hai đường thằng song song b và b'. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến đường thẳng a thành chính nó và biến đường thẳng b thành đường thẳng b'?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Giả sử a cắt b tại M; cắt b' tại M'.

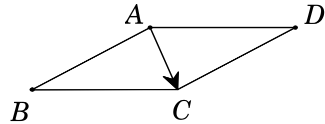
Khi đó vectơ $\overrightarrow{MM'}$ là một vectơ tịnh tiến thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**



Câu 7. Cho hình bình hành $ABCD$. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến đường thẳng AB thành đường thẳng CD và biến đường thẳng AD thành đường thẳng BC?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Có một phép tịnh tiến duy nhất theo vectơ tịnh tiến $\overrightarrow{AC}$. **Chọn B.**



Câu 8. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến đồ thị của hàm số $y = \sin x$ thành chính nó?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Có vô số phép tịnh tiến theo vectơ $k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$. **Chọn D.**

Câu 9. Giả sử qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} \neq \vec{0}$, đường thẳng d biến thành đường thẳng d'. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. d trùng d' khi $\vec{v}$ là vectơ chỉ phương của d.

B. d song song d' khi $\vec{v}$ là vectơ chỉ phương của d.

C. d song song d' khi $\vec{v}$ không phải là vectơ chỉ phương của d.

D. d không bao giờ cắt d'.

Lời giải. Chọn B.

Câu 10. Cho hai đường thẳng song song d và d'. Tất cả những phép tịnh tiến biến d thành d' là:

A. Các phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$, với mọi vectơ $\vec{v} \neq 0$ có giá không song song với giá vetơ chỉ phương của d.

B. Các phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$, với mọi vectơ $\vec{v} \neq 0$ vuông góc với vec-tơ chỉ phương của d.

C. Các phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AA'}$, trong đó hai điểm A và A' tùy ý lần lượt nằm trên d và d'.

D. Các phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$, với mọi vectơ $\vec{v} \neq 0$ tùy ý.

Lời giải. Chọn C.

A sai, ví dụ lấy A và A' tùy ý lần lượt nằm trên d và d'. Khi đó, phép tịnh tiến theo vectơ $2\overrightarrow{AA'}$ sẽ không biến d thành d'.

B thiếu những vectơ có phương không vuông góc và không cùng phương với phương của d.

D sai, vì $\vec{v}$ có phương cùng phương với phương của d thì $d \equiv d'$.

Câu 11. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

B. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

C. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.

D. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

Lời giải. D sai, vì phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho. **Chọn D.**

Câu 12. Cho phép tịnh tiến theo $\vec{v} = \vec{0}$, phép tịnh tiến $T_{\vec{0}}$ biến hai điểm M và N thành hai điểm M' và N'. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Điểm M trùng với điểm N. **B.** $\overrightarrow{MN} = \vec{0}$.

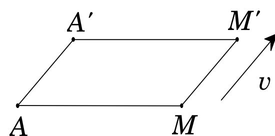
C. $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{M'N'} = \vec{0}$.

Lời giải. Ta có $\begin{cases} T_{\vec{0}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{0} \\ T_{\vec{0}}(N) = N' \Leftrightarrow \overrightarrow{NN'} = \vec{0} \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'} = \vec{0}$. **Chọn C.**

Câu 13. Cho phép tịnh tiến vectơ $\vec{v}$ biến A thành A' và M thành M'. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A'M'}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{A'M'}$. **C.** $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{A'M'}$. **D.** $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{A'M'}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AA'} = \vec{v}$ và $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.



- Nếu $A \equiv M \Rightarrow A' \equiv M' \longrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A'M'} = \vec{0}$.
- $A \neq M \rightarrow AA'M'M$ là hình bình hành $\rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A'M'}$.

Vậy ta luôn có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A'M'}$. **Chọn A.**

Câu 14. Cho hình bình hành $ABCD$, M là một điểm thay đổi trên cạnh AB. Phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{BC}$ biến điểm M thành M'. Mệnh nào sau đây đúng?

A. Điểm M' trùng với điểm M. **B.** Điểm M' nằm trên cạnh BC.

C. Điểm M' là trung điểm cạnh CD. **D.** Điểm M' nằm trên cạnh DC.

Lời giải. Ta có $T_{\overrightarrow{BC}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{BC} \longrightarrow M' \in CD$. **Chọn D.**

Câu 15. Một phép tịnh tiến biến điểm A thành điểm B và biến điểm C thành điểm D. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $ABCD$ là hình bình hành.

B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

C. Trung điểm của hai đoạn thẳng AD và BC trùng nhau.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải. Chọn A. Phát biểu lại cho đúng là "$ABDC$ là hình bình hành".

Câu 16. Cho hai đoạn thẳng AB và $A'B'$. Điều kiện cần và đủ để có thể tịnh tiến biến A thành A' và biến B thành B' là

A. $AB = A'B'$. **B.** $AB // A'B'$.

C. Tứ giác $ABB'A'$ là hình bình hành. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$.

Lời giải. giả sử có phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến A thành A' và biến B thành B'.

Khi đó ta có $\begin{cases} T_{\vec{v}}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \vec{v} \\ T_{\vec{v}}(B) = B' \Leftrightarrow \overrightarrow{BB'} = \vec{v} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$

$\longrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{A'B'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$. **Chọn D.**

Chú ý : Rất dễ nhầm lẫn chọn C. Vì đề bài không nói $A \neq A'$ nên chưa chắc $ABB'A'$ là hình bình hành. Hoặc 4 điểm A, B, A', B' thẳng hàng thì khi đó C sai.

Câu 17. Cho phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến điểm M thành M_1 và phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến M_1 thành M_2. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phép tịnh tiến $T_{\vec{u}+\vec{v}}$ biến M_1 thành M_2.

B. Một phép đối xứng trục biến M thành M_2.

C. Không khẳng định được có hay không một phép dời hình biến M thành M_2.

D. Phép tịnh tiến $T_{\vec{u}+\vec{v}}$ biến M thành M_2.

Lời giải. Ta có $\begin{cases} T_{\vec{u}}(M) = M_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_1} = \vec{u} \\ T_{\vec{v}}(M_1) = M_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{M_1M_2} = \vec{v} \end{cases} \longrightarrow \vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{MM_1} + \overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{MM_2}$.

Đẳng thức $\overrightarrow{MM_2} = \vec{u} + \vec{v}$ chứng tỏ phép tịnh tiến $T_{\vec{u}+\vec{v}}$ biến M thành M_2. **Chọn D.**

Câu 18. Cho hai điểm P, Q cố định. Phép tịnh tiến T biến điểm M bất kỳ thành M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{PQ}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. T là phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{PQ}$.

B. T là phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{MM'}$.

C. T là phép tịnh tiến theo vectơ $2\overrightarrow{PQ}$.

D. T là phép tịnh tiến theo vectơ $\frac{1}{2}\overrightarrow{PQ}$.

Lời giải. Đẳng thức $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{PQ}$ chứng tỏ phép tịnh tiến $T_{2\overrightarrow{PQ}}$ biến M thành M'.

Chọn C.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho véctơ $\vec{v} = (a;b)$. Giả sử phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến điểm $M(x;y)$ thành $M'(x';y')$. Ta có biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ là:

A. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = x' + a \\ y = y' + b \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x' - b = x - a \\ y' - a = y - b \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x' + b = x + a \\ y' + a = y + b \end{cases}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{MM'} = (x' - x; y' - y)$.

Theo giả thiết $T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v} \longrightarrow \begin{cases} x' - x = a \\ y' - y = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho phép biến hình f xác định như sau: Với mỗi $M(x;y)$, ta có $M'=f(M)$ sao cho $M'(x';y')$ thỏa mãn $x'=x+2;\ y'=y-3$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. f là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(2;3)$.

B. f là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(-2;3)$.

C. f là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(-2;-3)$.

D. f là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(2;-3)$.

Lời giải. Theo giả thiết, ta có $\begin{cases} x'=x+2 \\ y'=y-3 \end{cases} \longrightarrow \vec{v}=(2;-3)$. **Chọn D.**

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(2;5)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(1;2)$ biến A thành điểm A' có tọa độ là:

A. $A'(3;1)$. **B.** $A'(1;6)$. **C.** $A'(3;7)$. **D.** $A'(4;7)$.

Lời giải. Gọi $A'(x;y) \longrightarrow \overrightarrow{AA'}=(x-2;y-5)$.

Ta có $T_{\vec{v}}(A)=A' \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'}=\vec{v} \longrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ y-5=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=7 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vectơ $\vec{v}=(-3;2)$ và điểm $A(1;3)$. Ảnh của điểm A qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ là điểm có tọa độ nào trong các tọa độ sau?

A. $(-3;2)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-2;5)$. **D.** $(2;-5)$.

Lời giải. Gọi $A'(x;y)$ là ảnh của A qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(-3;2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AA'}=(x-1;y-3)$.

Ta có $T_{\vec{v}}(A)=A' \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'}=\vec{v} \longrightarrow \begin{cases} x-1=-3 \\ y-3=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=5 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(2;5)$. Hỏi A là ảnh của điểm nào trong các điểm sau qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(1;2)$?

A. $M(1;3)$. **B.** $N(1;6)$. **C.** $P(3;7)$. **D.** $Q(2;4)$.

Lời giải. Giả sử $M(x;y)$ là điểm có ảnh là điểm A qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(1;2) \longrightarrow \overrightarrow{MA}=(2-x;5-y)$.

Ta có $T_{\vec{v}}(M)=A \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}=\vec{v} \longrightarrow \begin{cases} 2-x=1 \\ 5-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $M(-10;1)$ và $M'(3;8)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ biến điểm M thành M'. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\vec{v}=(-13;7)$. **B.** $\vec{v}=(13;-7)$. **C.** $\vec{v}=(13;7)$. **D.** $\vec{v}=(-13;-7)$.

Lời giải. Gọi $\vec{v}=(a;b)$.

Theo giả thiết: $T_{\vec{v}}(M)=M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'}=\vec{v} \longrightarrow \begin{cases} 3-(-10)=a \\ 8-1=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=13 \\ b=7 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy nếu phép tịnh tiến biến điểm $M(4;2)$ thành điểm $M'(4;5)$ thì nó biến điểm $A(2;5)$ thành

A. điểm $A'(5;2)$. **B.** điểm $A'(1;6)$. **C.** điểm $A'(2;8)$. **D.** điểm $A'(2;5)$.

Lời giải. Gọi $T_{\vec{v}}$ là phép tịnh tiến thỏa mãn bài toán.

Ta có $\overrightarrow{MM'}=(0;3)$. Gọi $A'(x;y)\Rightarrow \overrightarrow{AA'}=(x-2;y-5)$.

Theo giả thiết $\begin{cases} T_{\vec{v}}(M)=M'\Leftrightarrow \overrightarrow{MM'}=\vec{v} \\ T_{\vec{v}}(A)=A'\Leftrightarrow \overrightarrow{AA'}=\vec{v} \end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{AA'}\Leftrightarrow \begin{cases} 0=x-2 \\ 3=y-5 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=8 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;6)$, $B(-1;-4)$. Gọi C, D lần lượt là ảnh của A, B qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(1;5)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $ABCD$ là hình thang. **B.** $ABCD$ là hình bình hành.

C. $ABDC$ là hình bình hành. **D.** Bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

Lời giải. Ta có đường thẳng CD là ảnh của đường thẳng AB qua phép tịnh tiến vectơ $\vec{v}=(1;5)$.

Mà $\overrightarrow{AB}=(-2;-10)$ cùng phương $\vec{v}=(1;5)$

$\longrightarrow AB\equiv CD\longrightarrow$ Bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng. **Chọn D.**

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ có phương trình $4x-y+3=0$. Ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến T theo vectơ $\vec{v}=(2;-1)$ có phương trình là:

A. $4x-y+5=0$. **B.** $4x-y+10=0$. **C.** $4x-y-6=0$. **D.** $x-4y-6=0$.

Lời giải. Gọi Δ' là ảnh của Δ qua phép $T_{\vec{v}}$. Khi đó Δ' song song hoặc trùng với Δ nên Δ' có phương trình dạng $4x-y+c=0$.

Chọn điểm $A(0;3)\in\Delta$. Ta có $T_{\vec{v}}(A)=A'(x;y)\in\Delta'$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AA'}=\vec{v}\Leftrightarrow \begin{cases} x-0=2 \\ y-3=-1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}\Rightarrow A'(2;2)$.

Vì $A'\in\Delta'$ nên $4.2-2+c=0\Leftrightarrow c=-6\longrightarrow \Delta':4x-y-6=0$. **Chọn C.**

Cách 2. Gọi $M(x;y)$ là điểm bất kì thuộc đường thẳng Δ.

Gọi $M'(x';y')=T_{\vec{v}}(M)\longleftrightarrow \overrightarrow{MM'}=\vec{v}\Leftrightarrow \begin{cases} x'-x=2 \\ y'-y=-1 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} x=x'-2 \\ y=y'+1 \end{cases}$.

Thay $x=x'-2$ và $y=y'+1$ vào phương trình Δ ta được $4(x'-2)-(y'+1)+3=0$ $\Leftrightarrow 4x'-y'-6=0$.

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vectơ $\vec{v}(1;1)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ biến đường thẳng $\Delta: x-1=0$ thành đường thẳng Δ'. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\Delta': x-1=0$. **B.** $\Delta': x-2=0$. **C.** $\Delta': x-y-2=0$. **D.** $\Delta': y-2=0$.

Lời giải. Ta có $T_{\vec{v}}(\Delta)=\Delta'\longrightarrow\Delta'$ song song hoặc trùng với Δ. Suy ra $\Delta': x+c=0$.

Chọn $M(1;1)\in\Delta$. Gọi $M'(x;y)=T_{\vec{v}}(M)\longleftrightarrow \overrightarrow{MM'}=\vec{v}\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y-1=1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

$\longrightarrow M'(2;2)\in\Delta'$ nên $2+c=0\Leftrightarrow c=-2\longrightarrow \Delta': x-2=0$. **Chọn B.**

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy nếu phép tịnh tiến biến điểm $A(2;-1)$ thành điểm $A'(1;2)$ thì nó biến đường thẳng d có phương trình $2x-y+1=0$ thành đường thẳng d' có phương trình nào sau đây?

A. $d':2x-y=0$. **B.** $d':2x-y+1=0$. **C.** $d':2x-y+6=0$. **D.** $d':2x-y-1=0$.

Lời giải. Gọi $\vec{v}$ là vectơ thỏa mãn $T_{\vec{v}}(A)=A'\longrightarrow\vec{v}=\overrightarrow{AA'}=(-1;3)$.

Ta có $T_{\vec{v}}(d)=d'\longrightarrow d'$ song song hoặc trùng với d. Suy ra $d':2x-y+c=0$.

Chọn $M(0;1)\in d$. Gọi $M'(x;y)=T_{\vec{v}}(M)\longleftrightarrow\overrightarrow{MM'}=\vec{v}\Leftrightarrow\begin{cases}x-0=-1\\y-1=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=4\end{cases}$

$\longrightarrow M'(-1;4)\in d'$ nên $2.(-1)-4+c=0\Leftrightarrow c=6\longrightarrow d':2x-y+6=0$. **Chọn C.**

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy nếu phép tịnh tiến biến điểm $A(2;-1)$ thành điểm $A'(2018;2015)$ thì nó biến đường thẳng nào sau đây thành chính nó?

A. $x+y-1=0$. **B.** $x-y-100=0$. **C.** $2x+y-4=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Lời giải. Gọi $\vec{v}$ là vectơ thỏa mãn $T_{\vec{v}}(A)=A'\longrightarrow\vec{v}=\overrightarrow{AA'}=(2016;2016)$.

Đường thẳng biến thành chính nó khi nó có vectơ chỉ phương cùng phương với $\vec{v}$.
Xét đáp án B. Đường thẳng có phương trình $x-y-100=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-1)$, suy ra vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1)\,//\,\vec{v}$ (thỏa mãn). **Chọn B.**

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x-y+1=0$. Để phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ biến d thành chính nó thì $\vec{v}$ phải là vectơ nào trong các vectơ sau?

A. $\vec{v}=(2;1)$. **B.** $\vec{v}=(2;-1)$. **C.** $\vec{v}=(1;2)$. **D.** $\vec{v}=(-1;2)$.

Lời giải. Để d biến thành chính nó khi và chỉ khi vectơ $\vec{v}$ cùng phương với vectơ chỉ phương của d.
Đường thẳng d có VTPT $\vec{n}=(2;-1)\longrightarrow$ VTCP $\vec{u}=(1;2)$. **Chọn C.**

Câu 32*. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng song song a và a' lần lượt có phương trình $2x-3y-1=0$ và $2x-3y+5=0$. Phép tịnh tiến nào sau đây không biến đường thẳng a thành đường thẳng a'?

A. $\vec{u}=(0;2)$. **B.** $\vec{u}=(-3;0)$. **C.** $\vec{u}=(3;4)$. **D.** $\vec{u}=(-1;1)$.

Lời giải. Gọi $\vec{u}=(\alpha;\beta)$ là vectơ tịnh tiến biến đường a thành a'.

Lấy $M(x;y)\in a$. Gọi $M'(x';y')=T_{\vec{u}}(M)\longleftrightarrow\overrightarrow{MM'}=\vec{u}\Leftrightarrow\begin{cases}x'-x=\alpha\\y'-y=\beta\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=x'-\alpha\\y=y'-\beta\end{cases}$

$\longrightarrow M'(x'-\alpha;y'-\beta)$. Thay tọa độ của M' vào a, ta được $2(x-\alpha)-3(y-\beta)-1=0$ hay $2x-3y-2\alpha+3\beta-1=0$. Muốn đường này trùng với a' khi và chỉ khi $-2\alpha+3\beta-1=5$. (*)

Nhận thấy đáp án D không thỏa mãn (*). **Chọn D.**

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng song song a và b lần lượt có phương trình $2x-y+4=0$ và $2x-y-1=0$. Tìm giá trị thực của tham số m để phép tịnh tiến T theo vectơ $\vec{u}=(m;-3)$ biến đường thẳng a thành đường thẳng b.

A. $m=1.$ **B.** $m=2.$ **C.** $m=3.$ **D.** $m=4.$

Lời giải. Chọn $A(0;4)\in d$.

Ta có $T_{\vec{u}}(A)=A'(x;y)\longrightarrow\begin{cases}x=0+m\\y=4+(-3)\end{cases}\longrightarrow A'(m;1).$

Vì $T_{\vec{u}}$ biến a thành b nên $A'\in b\Leftrightarrow 2m-1-1=0\Leftrightarrow m=1.$ **Chọn A.**

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ có phương trình $y=-3x+2$. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến theo các vectơ $\vec{u}=(-1;2)$ và $\vec{v}=(3;1)$ thì đường thẳng Δ biến thành đường thẳng d có phương trình là:

A. $y=-3x+1.$ **B.** $y=-3x-5.$ **C.** $y=-3x+9.$ **D.** $y=-3x+11.$

Lời giải. Từ giả thiết suy ra d là ảnh của Δ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{a}=\vec{u}+\vec{v}$.
Ta có $\vec{a}=\vec{u}+\vec{v}=(2;3)$.

Biểu thức tọa độ của phép $T_{\vec{a}}$ là $\begin{cases}x=x'-2\\y=y'-3\end{cases}$ thay vào Δ ta được $y'-3=-3(x'-2)+2$

$\longleftrightarrow y'=-3x'+11$. **Chọn D.**

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ có phương trình $5x-y+1=0$. Thực hiện phép tịnh tiến theo phương của trục hoành về phía trái 2 đơn vị, sau đó tiếp tục thực hiện phép tịnh tiến theo phương của trục tung về phía trên 3 đơn vị, đường thẳng Δ biến thành đường thẳng Δ' có phương trình là

A. $5x-y+14=0.$ **B.** $5x-y-7=0.$

C. $5x-y+5=0.$ **D.** $5x-y-12=0.$

Lời giải. Tịnh tiến theo phương trục hoành về phía trái 2 đơn vị tức là tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}=(-2;0)$. Tịnh tiến theo phương của trục tung về phía trên 3 đơn vị tức là tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(0;3)$. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến này chính là ta thực hiện phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{a}=\vec{u}+\vec{v}=(-2;3)$.

Biểu thức tọa độ của phép $T_{\vec{a}}$ là $\begin{cases}x=x'+2\\y=y'-3\end{cases}$ thay vào Δ ta được

$5(x'+2)-(y'-3)+1=0\longleftrightarrow 5x'-y'+14=0$. **Chọn A.**

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng song song a và a' lần lượt có phương trình $3x-4y+5=0$ và $3x-4y=0$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ biến đường thẳng a thành đường thẳng a'. Khi đó, độ dài bé nhất của vectơ $\vec{u}$ bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** 4. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 1.

Lời giải. Độ dài bé nhất của vectơ $\vec{u}$ bằng khoảng cách giữa hai đường a và a'.
Chọn D.

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, ảnh của đường tròn $(C):(x+1)^2+(y-3)^2=4$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(3;2)$ là đường tròn có phương trình:

A. $(x+2)^2+(y+5)^2=4.$ **B.** $(x-2)^2+(y-5)^2=4.$

C. $(x-1)^2+(y+3)^2=4.$ **D.** $(x+4)^2+(y-1)^2=4.$

Lời giải. Đường tròn (C) có tâm $I(-1;3)$, bán kính $R=2$.

Gọi $I'(x;y)$ là ảnh của $I(-1;3)$ qua phép tịnh tiến vectơ $\vec{v}=(3;2)$.

Ta có $\overrightarrow{II'}=\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x-(-1)=3 \\ y-3=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases} \longrightarrow I'(2;5)$.

Vì phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách nên $T_{\vec{v}}(R)=R'=R=2$.

Vậy ảnh của đường tròn (C) qua phép $T_{\vec{v}}(R)$ là đường tròn (C') có tâm $I'(2;5)$, bán kính $R'=2$ nên có phương trình $(x-2)^2+(y-5)^2=4$. **Chọn B.**

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vectơ $\vec{v}=(-3;-2)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ biến đường tròn $(C): x^2+(y-1)^2=1$ thành đường tròn (C'). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(C'):(x+3)^2+(y+1)^2=1$.
B. $(C'):(x-3)^2+(y+1)^2=1$.
C. $(C'):(x+3)^2+(y+1)^2=4$.
D. $(C'):(x-3)^2+(y-1)^2=4$.

Lời giải. Đường tròn (C) có tâm $I(0;1)$, bán kính $R=1$.

Gọi $I'(x;y)$ là ảnh của $I(0;1)$ qua phép tịnh tiến vectơ $\vec{v}=(-3;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{II'}=\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x-0=-3 \\ y-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases} \longrightarrow I'(-3;-1)$.

Vì phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách nên $T_{\vec{v}}(R)=R'=R=1$.

Vậy ảnh của đường tròn (C) qua phép $T_{\vec{v}}$ là đường tròn (C') có tâm $I'(-3;-1)$, bán kính $R'=1$ nên có phương trình $(C'):(x+3)^2+(y+1)^2=1$. **Chọn A.**

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường tròn (C_1) và (C_2) bằng nhau có phương trình lần lượt là $(x-1)^2+(y+2)^2=16$ và $(x+3)^2+(y-4)^2=16$. Giả sử T là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ biến (C_1) thành (C_2). Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}$.

A. $\vec{u}=(-4;6)$.
B. $\vec{u}=(4;-6)$.
C. $\vec{u}=(3;-5)$.
D. $\vec{u}=(8;-10)$.

Lời giải. Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(1;-2)$. Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(-3;4)$.

Vì $T_{\vec{u}}[(C_1)]=(C_2) \longrightarrow T_{\vec{u}}(I_1)=(I_2) \Leftrightarrow \overrightarrow{I_1I_2}=\vec{u} \longrightarrow \vec{u}(-4;6)$. **Chọn A.**

Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2+4x-6y-5=0$. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến theo các vectơ $\vec{u}=(1;-2)$ và $\vec{v}=(1;-1)$ thì đường tròn (C) biến thành đường tròn (C') có phương trình là:

A. $x^2+y^2-18=0$.
B. $x^2+y^2-x+8y+2=0$.
C. $x^2+y^2+x-6y-5=0$.
D. $x^2+y^2-4y-4=0$.

Lời giải. Từ giả thiết suy ra (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo $\vec{a}=\vec{u}+\vec{v}$.

Ta có $\vec{a}=\vec{u}+\vec{v}=(2;-3)$.

Biểu thức tọa độ của phép $T_{\vec{a}}$ là $\begin{cases} x=x'-2 \\ y=y'+3 \end{cases}$ thay vào (C) ta được

$(x'-2)^2+(y'+3)^2+4(x-2)-6(y'+3)-5=0 \longleftrightarrow x'^2+y'^2-18=0$. **Chọn A.**

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vectơ $\vec{v}(-2;-1)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ biến parabol $(P): y=x^2$ thành parabol (P'). Khi đó phương trình của (P') là:

A. $(P'): y=x^2+4x+5.$ **B.** $(P'): y=x^2+4x-5.$

C. $(P'): y=x^2+4x+3.$ **D.** $(P'): y=x^2-4x+5.$

Lời giải. Biểu thức tọa độ của phép $T_{\vec{v}}$ là $\begin{cases} x=x'+2 \\ y=y'+1 \end{cases}$ thay vào (P) ta được

$y'+1=(x'+2)^2 \Leftrightarrow y'=x'^2+4x'+3.$ **Chọn C.**

Câu 42. Cho tam giác ABC và I, J lần lượt là trung điểm của AB, AC. Phép biến hình T biến điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{IJ}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

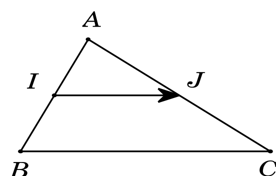
A. T là phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{IJ}$. **B.** T là phép tịnh tiến theo vectơ $-\overrightarrow{IJ}$.

C. T là phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{CB}$. **D.** T là phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải. Đẳng thức $\overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{IJ}$ chứng tỏ T là phép tịnh tiến theo vectơ $2\overrightarrow{IJ}$.

Theo giả thiết, ta có IJ là đường trung bình của tam giác ABC nên suy ra $2\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{BC}.$

Chọn D.



Câu 43. Cho hình bình hành $ABCD$ có cạnh AB cố định. Điểm C di động trên đường thẳng d cho trước. Quỹ tích điểm D là:

A. ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{BA}}$.

B. ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{BC}}$.

C. ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AD}}$.

D. ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AC}}$.

Lời giải. Do $ABCD$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}$. Đẳng thức này chứng tỏ phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{BA}$ biến điểm C thành điểm D.

Mà $C\in d \longrightarrow D\in d'$ với d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{BA}}$. **Chọn A.**

Câu 44. Cho hình bình hành $ABCD$ có cạnh AB cố định. Nếu $\widehat{ACB}=90^o$ thì quỹ tích điểm D là:

A. ảnh của đường tròn tâm A bán kính AB qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB}}$.

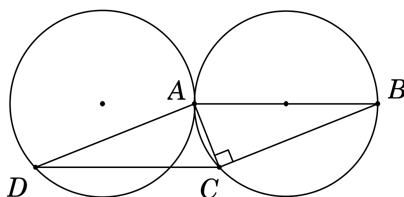
B. ảnh của đường tròn tâm B bán kính AB qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB}}$.

C. ảnh của đường tròn đường kính AB qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{BA}}$.

D. ảnh của đường tròn đường kính BC qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{BA}}$.

Lời giải. Ta có $\widehat{ACB}=90^o$ nên C di động trên đường tròn đường kính AB.

Do $ABCD$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}$. Đẳng thức này chứng tỏ phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{BA}$ biến điểm C thành điểm D.



Vậy quỹ tích điểm D là ảnh của đường tròn đường kính AB qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{BA}}$.

Chọn C.

Câu 45. Cho hai điểm A, B nằm ngoài (O,R). Điểm M di động trên (O). Dựng hình bình hành $MABN$. Qũy tích điểm N là

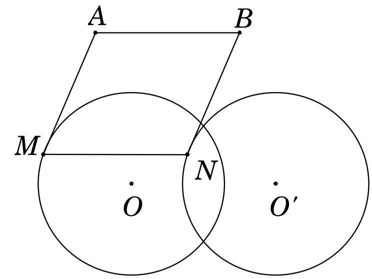
A. đường tròn (O') là ảnh của (O) qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AM}}$.

B. đường tròn (O') là ảnh của (O) qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB}}$.

C. đường tròn tâm O bán kính ON.

D. đường tròn tâm A bán kính AB.

Lời giải. Do $MABN$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AB}$. Đẳng thức này chứng tỏ phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$ biến điểm M thành điểm N. Mà M thuộc (O,R), suy ra N thuộc đường tròn (O') là ảnh của (O) qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB}}$.



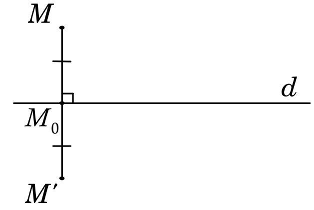
Chọn B.

❍ Bài 03

PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC

1. Định nghĩa

Cho đường thẳng d. Phép biến hình biến mỗi điểm M thuộc d thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc d thành M' sao cho d là đường trung trực của đoạn thẳng MM' được gọi là phép đối xứng qua đường thẳng d hay phép đối xứng trục d.



Đường thẳng d được gọi là trục của phép đối xứng hoặc đơn giản gọi là trục đối xứng. Phép đối xứng trục d thường được kí hiệu là $Đ_d$.

Nếu hình $\mathscr{H}'$ là ảnh của hình $\mathscr{H}$ qua phép đối xứng trục d thì ta còn nói $\mathscr{H}$ đối xứng với $\mathscr{H}'$ qua d, hay $\mathscr{H}$ và $\mathscr{H}'$ đối xứng với nhau qua d.

Nhận xét

- Cho đường thẳng d. Với mỗi điểm M, gọi M_0 là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng d. Khi đó $M' = Đ_d(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M'} = -\overrightarrow{M_0M}$.
- $M' = Đ_d(M) \Leftrightarrow M = Đ_d(M')$.

2. Biểu thức toạ độ

- Nếu $d \equiv Ox$. Gọi $M'(x';y') = Đ_{Ox}[M(x;y)]$ thì $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$.
- Nếu $d \equiv Oy$. Gọi $M'(x';y') = Đ_{Oy}[M(x;y)]$ thì $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$.

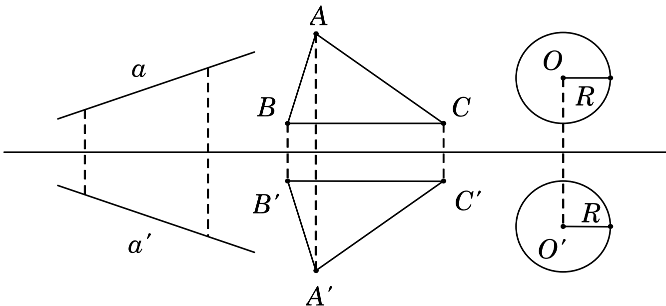
3. Tính chất

Tính chất 1

Phép đối xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Tính chất 2

Phép đối xứng trục biến đường thẳng thành đường thẳng, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.



4. Trục đối xứng của một hình

Định nghĩa

Đường thẳng d gọi là trục đối xứng của hình $\mathscr{H}$ nếu phép đối xứng qua d biến hình $\mathscr{H}$ thành chính nó.

Khi đó ta nói $\mathscr{H}$ là hình có trục đối xứng.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tam giác đều có bao nhiêu trục đối xứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải. Tam giác đều có 3 trục đối xứng (đường thẳng đi qua đỉnh tam giác và trung điểm cạnh đối diện). **Chọn C.**

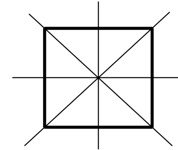
Câu 2. Trong các hình sau đây, hình nào có bốn trục đối xứng?

A. Hình bình hành. **B.** Hình chữ nhật.

C. Hình thoi. **D.** Hình vuông.

Lời giải. Hình vuông có bốn 4 trục đối xứng. (đường chéo và đường thẳng đi qua trung điểm của cặp cạnh đối diện).

Chọn D.

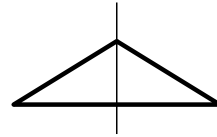


Câu 3. Hình nào sau đây có trục đối xứng:

A. Tứ giác bất kì. **B.** Tam giác cân. **C.** Tam giác bất kì. **D.** Hình bình hành.

Lời giải. Tam giác cân có trục đối xứng là đường thẳng đi qua đỉnh cân và trung điểm cạnh đáy.

Chọn B.



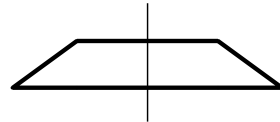
Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tam giác có trục đối xứng. **B.** Tứ giác có trục đối xứng.

C. Hình thang có trục đối xứng. **D.** Hình thang cân có trục đối xứng.

Lời giải. Hình thang cân có trục đối xứng (đường thẳng đi qua trung điểm của hai cạnh đáy).

Chọn D.



Câu 5. Trong các hình dưới đây, hình nào có nhiều trục đối xứng nhất?

A. Đoạn thẳng. **B.** Đường tròn. **C.** Tam giác đều. **D.** Hình vuông.

Lời giải. Đoạn thẳng có 1 trục đối xứng là đường trung trực của đoạn thẳng.
Đường tròn có vô số trục đối xứng là các đường thẳng đi qua tâm.
Tam giác đều có 3 trục đối xứng là các đường thẳng đi qua đỉnh và trung điểm cạnh đối diện.
Hình vuông có 4 trục đối xứng.
Vậy hình tròn có nhiều trục đối xứng nhất. **Chọn B.**

Câu 6. Xem các chữ cái in hoa A, B, C, D, X, Y như những hình. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình có một trục đối xứng là: A, Y. Các hình khác không có trục đối xứng.

B. Hình có một trục đối xứng: A, B, C, D, Y. Hình có hai trục đối xứng: X.

C. Hình có một trục đối xứng: A, B. Hình có hai trục đối xứng: D, X.

D. Hình có một trục đối xứng: C, D, Y. Hình có hai trục đối xứng: X. Các hình khác không có trục đối xứng.

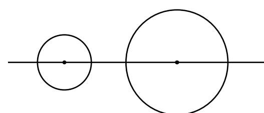
Lời giải. Chọn B.

Câu 7. Hình gồm hai đường tròn có tâm và bán kính khác nhau có bao nhiêu trục đối xứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Có duy nhất một trục đối xứng đi qua tâm của hai đường tròn.

Chọn B.

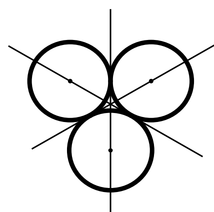


Câu 8. Cho ba đường tròn có bán kính bằng nhau và đôi một tiếp xúc ngoài với nhau tạo thành hình $\mathscr{H}$. Hỏi $\mathscr{H}$ có mấy trục đối xứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Có 3 trục đối xứng như hình vẽ.

Chọn D.



Câu 9. Mệnh đề nào sau đây sai?

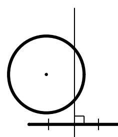
A. Hình gồm hai đường tròn không bằng nhau có trục đối xứng.

B. Hình gồm một đường tròn và một đoạn thẳng tùy ý có trục đối xứng.

C. Hình gồm một đường tròn và một đường thẳng tùy ý có trục đối xứng.

D. Hình gồm một tam giác cân và đường tròn ngoại tiếp tam giác đó có trục đối xứng.

Lời giải. Chọn B. Trường hợp trục đối xứng của đoạn thẳng không đi qua tâm của đường tròn như hình vẽ.



Câu 10. Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến một đường thẳng d cho trước thành chính nó?

A. Không có phép nào. **B.** Có một phép duy nhất.

C. Chỉ có hai phép. **D.** Có vô số phép.

Lời giải. Gọi Δ là đường thẳng vuông góc với đường thẳng d.

Khi đó, phép đối xứng trục Δ biến d thành chính nó.

Có vô số đường thẳng Δ vuông góc với d. **Chọn D.**

Câu 11. Cho hai đường thẳng cắt nhau d và d'. Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến d thành d'?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Hai đường thẳng cắt nhau tạo ra 4 góc (2 cặp góc đối đỉnh bằng nhau).

Đường phân giác của 2 cặp góc đối đỉnh chính là 2 trục đối xứng biến d thành d'.

Chọn C.

Câu 12. Cho hai đường thẳng vuông góc với nhau a và b. Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến a thành a và biến b thành b?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Qua trục đối xứng là đường thẳng a sẽ biến a thành a và biến b thành b.
Qua trục đối xứng là đường thẳng b sẽ biến a thành a và biến b thành b.
Chọn C.

Câu 13. Hình gồm hai đường thẳng d và d' vuông góc với nhau có mấy trục đối xứng?

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải. Đây là trường hợp đặc biệt của Câu 11 và Câu 12.
Có 2 trục đối xứng là 2 đường phân giác của 2 cặp góc tạo bởi d và d'. Trường hợp này trục đối xứng biến d thành d' và d' thành d.
Có 2 trục đối xứng chính là d và d'. Trường hợp này trục đối xứng biến d thành chính nó và d' thành chính nó.
Chọn C.

Câu 14. Cho hai đường thẳng a và b cắt nhau và góc ở giữa chúng bằng 60^0. Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến a thành a và biến b thành b?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Để biến a thành a thì trục đối xứng trùng với a hoặc vuông góc với a.
TH1: Trục đối xứng trùng với a, mà a tạo với b góc $60^0 \longrightarrow a$ không là trục đối xứng để biến b thành b.
TH2: Trục đối xứng vuông góc với a, mà a tạo với b góc $60^0 \longrightarrow$ đường thẳng đó không là trục đối xứng để biến b thành b.
Chọn A.

Câu 15. Cho hai đường thẳng song song d và d'. Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến mỗi đường thẳng thành chính nó ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Đường thẳng Δ vuông góc với d và d' sẽ biến d và d' thành chính nó.
Có vô số đường thẳng Δ vuông góc với d và d'. **Chọn D.**

Câu 16. Cho hai đường thẳng song song d và d'. Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến đường thẳng d thành đường thẳng d'?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn A. Trục đối xứng là đường thẳng song song và cách đều d và d'.

Câu 17. Cho hai đường thẳng song song a và b, một đường thẳng c vuông góc với chúng. Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến mỗi đường thẳng đó thành chính nó?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Để biến đường thẳng c thành chính nó thì trục đối xứng có dạng trùng với c hoặc vuông góc với c.
TH1: Trục đối xứng trùng với $c \longrightarrow$ trục đối xứng vuông góc với a và b
$\Rightarrow$ trục đối xứng biến a và b thành chính nó. Do đó trường hợp này thỏa mãn.
TH2: Trục đối xứng vuông góc với c, tức là trục đối xứng song song (hoặc trùng) với a và b. Khi đó, trục đối xứng không thể biến a và b thành chính nó.
Vậy có duy nhất một phép đối xứng trục thỏa mãn bài toán. **Chọn B.**

Câu 18. Cho hai đường thẳng song song a và b, một đường thẳng c vuông góc với chúng. Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến a thành b và c thành chính nó?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Để biến đường thẳng c thành chính nó thì trục đối xứng có dạng trùng với c hoặc vuông góc với c.

TH1: Trục đối xứng trùng với $c \longrightarrow$ trục đối xứng vuông góc với a và b

$\Rightarrow$ trục đối xứng biến a và b thành chính nó. Do đó trường hợp này không thỏa mãn.

TH2: Trục đối xứng vuông góc với c, tức là trục đối xứng song song (hoặc trùng) với a và b. Khi đó, để trục đối xứng biến a thành b thì trục đối xứng phải cách đều a và b. Do đó trường hợp này có 1 trục đối xứng thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 19. Đồ thị của hàm số $y = \cos x$ có bao nhiêu trục đối xứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận đường thẳng $x = 0$ (trục tung) làm trục đối xứng.

Lại có các đường thẳng cách trục tung một đoạn bằng một số nguyên lần π cũng là trục đối xứng của đồ thị. **Chọn D.**

Câu 20. Phép đối xứng trục $Đ_{\Delta}$ biến hình vuông $ABCD$ thành chính nó khi và chỉ khi

A. Một đường chéo của hình vuông nằm trên Δ.

B. Một cạnh của hình vuông nằm trên Δ.

C. Δ đi qua trung điểm của 2 cạnh đối của hình vuông.

D. A và **C** đều đúng.

Lời giải. Chọn D. (xem lại Câu 2)

Câu 21. Cho hình vuông $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Khẳng định nào sau đây là đúng về phép đối xứng trục?

A. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục CD.

B. Phép đối xứng trục AC biến D thành C.

C. Phép đối xứng trục AC biến D thành B.

D. Cả A, B, C đều đúng .

Lời giải. Chọn C.

Câu 22. Phép đối xứng trục $Đ_{\Delta}$ biến một tam giác thành chính nó khi và chỉ khi

A. Tam giác đó là tam giác cân.

B. Tam giác đó là tam giác đều.

C. Tam giác đó là tam giác cân có đường cao ứng với cạnh đáy nằm trên Δ.

D. Tam giác đó là tam giác đều có trọng tâm nằm trên Δ.

Lời giải. Chọn C.

Câu 23. Mệnh đề nào sau đây là sai?

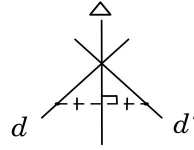
A. Phép đối xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

B. Phép đối xứng trục biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho.

C. Phép đối xứng trục biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.

D. Phép đối xứng trục biến đường tròn thành đường tròn bằng đường tròn đã cho.

Lời giải. Chọn B. Trường hợp đường thẳng không song song hoặc không trùng với trục đối xứng thì ảnh của nó sẽ cắt đường thẳng đã cho (Hình vẽ).



Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(2;3)$. Hỏi trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép đối xứng trục Ox?

A. $M_1'(3;2)$. **B.** $M_2'(2;-3)$. **C.** $M_3'(3;-2)$. **D.** $M_4'(-2;3)$.

Lời giải. Biểu thức tọa độ qua phép đối xứng trục Ox:

Gọi $M'(x';y') = Đ_{Ox}\left[M(x;y)\right]$ thì $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 \\ y' = -3 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy qua phép đối xứng trục Oy, điểm $A(3;5)$ biến thành điểm nào trong các điểm sau?

A. $A_1'(3;5)$. **B.** $A_2'(-3;5)$. **C.** $A_3'(3;-5)$. **D.** $A_4'(-3;-5)$.

Lời giải. Biểu thức tọa độ qua phép đối xứng trục Oy:

Gọi $A'(x';y') = Đ_{Oy}\left[A(x;y)\right]$ thì $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -3 \\ y' = 5 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC với $A(1;5)$, $B(-1;2)$, $C(6;-4)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Phép đối xứng trục $Đ_{Oy}$ biến điểm G thành điểm G' có tọa độ là:

A. $(-2;-1)$. **B.** $(2;-4)$. **C.** $(0;-3)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải. Tọa độ trọng tâm: $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = 1 \end{cases} \Rightarrow G(2;1)$.

Gọi $G'(x';y') = Đ_{Oy}\left[G(x;y)\right]$ thì $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -2 \\ y' = 1 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi a là đường thẳng có phương trình $x + 2 = 0$. Phép đối xứng trục $Đ_a$ biến điểm $M(4;-3)$ thành M' có tọa độ là:

A. $(-6;-3)$. **B.** $(-8;-3)$. **C.** $(8;3)$. **D.** $(6;3)$.

Lời giải. Đường thẳng b qua M và vuông góc với a có phương trình $b: y + 3 = 0$.

Gọi $H = a \cap b$, tọa độ điểm H là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + 2 = 0 \\ y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow H(-2;-3)$.

Theo giả thiết: $Đ_a(M) = M'(x';y') \to H$ là trung điểm của MM'

$\Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2x_H - x_M \\ y' = 2y_H - y_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = -8 \\ y' = -3 \end{cases} \longrightarrow M'(-8;-3)$. **Chọn B.**

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(2;3)$. Hỏi trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép đối xứng đường thẳng $d: x - y = 0$?

A. $M_1'(3;2)$. **B.** $M_2'(2;-3)$. **C.** $M_3'(3;-2)$. **D.** $M_4'(-2;3)$.

Lời giải. Nhận xét: đường thẳng $d: x-y=0 \Leftrightarrow d: y=x$ là đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.
Biểu thức tọa độ qua phép đối xứng đường phân giác $y=x$ là:
Gọi $M'(x';y')=Đ_d\left[M(x;y)\right]$ thì $\begin{cases} x'=y \\ y'=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'=3 \\ y'=2 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ có phương trình $2x-y+1=0$ và điểm $A(3;2)$. Trong các điểm dưới đây, điểm nào là điểm đối xứng của A qua đường thẳng Δ?

A. $A_1'(-1;4)$. **B.** $A_2'(-2;5)$. **C.** $A_3'(6;-3)$. **D.** $A_4'(1;6)$.

Lời giải. Đường thẳng d qua A và vuông góc với Δ có phương trình $d: x+2y-7=0$

Gọi $H=d\cap\Delta$, tọa độ điểm H là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ x+2y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow H(1;3)$.

Theo giả thiết: $Đ_\Delta(A)=A'(x';y') \to H$ là trung điểm của AA'

$\Leftrightarrow \begin{cases} x'=2x_H-x_A \\ y'=2y_H-y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x'=-1 \\ y'=4 \end{cases} \longrightarrow A'(-1;4)$. **Chọn A.**

Cách trắc nghiệm. Xét đáp án A chẳng hạn. Ta thấy ngay trung điểm của AA_1' là $I(1;3)\in\Delta$. Tiếp theo cần kiểm tra vectơ $\overrightarrow{AA_1'}$ vuông góc với VTCP $\vec{u}=(1;2)$ của Δ.

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi d là đường phân giác của góc phần tư thứ hai. Phép đối xứng trục $Đ_d$ biến điểm $P(5;-2)$ thành điểm P' có tọa độ là:

A. $(5;2)$. **B.** $(-5;2)$. **C.** $(2;-5)$. **D.** $(-2;5)$.

Lời giải. Đường phân giác của góc phần tư thứ hai có phương trình $d: y=-x$.
Biểu thức tọa độ qua phép đối xứng đường phân giác $d: y=-x$ là:
Gọi $P'(x';y')=Đ_d\left[P(x;y)\right]$ thì $\begin{cases} x'=-y \\ y'=-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'=2 \\ y'=-5 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC với $A(0;4)$, $B(-2;3)$, $C(6;-4)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và a là đường phân giác của góc phần tư thứ nhất. Phép đối xứng trục $Đ_a$ biến G thành G' có tọa độ là:

A. $\left(\frac{4}{3};1\right)$. **B.** $\left(-\frac{4}{3};1\right)$. **C.** $\left(1;\frac{4}{3}\right)$. **D.** $\left(-1;-\frac{4}{3}\right)$.

Lời giải. Tọa độ trọng tâm $G\left(\frac{4}{3};1\right)$.

Đường phân giác a của góc phần tư thứ nhất có phương trình $x-y=0$ hay $y=x$.
Biểu thức tọa độ qua phép đối xứng đường phân giác $a: y=x$ là:
Gọi $G'(x';y')=Đ_d\left[G(x;y)\right]$ thì $\begin{cases} x'=y \\ y'=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'=1 \\ y'=\frac{4}{3} \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phép đối xứng trục biến điểm $A(2;1)$ thành $A'(2;5)$ có trục đối xứng là:

A. Đường thẳng $y=3$.　　**B.** Đường thẳng $x=3$.

C. Đường thẳng $y=6$.　　**D.** Đường thẳng $x+y-3=0$.

Lời giải. Gọi $Đ_a(A)=A' \to a$ là đường trung trực của đoạn thẳng AA'.

Gọi H là trung điểm đoạn thẳng $AA' \longrightarrow H(2;3)$.

Ta có $\overrightarrow{AA'}=(0;4)=4.(0;1)$.

Đường thẳng a qua điểm H và có một VTPT $\vec{n}=\overrightarrow{AA'}=(0;4)$ nên có phương trình $a: y=3$. **Chọn A.**

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, nếu phép đối xứng trục biến điểm $M(2;3)$ thành $M'(3;2)$ thì nó biến điểm $C(1;-6)$ thành điểm:

A. $C'(4;16)$.　　**B.** $C'(1;6)$.　　**C.** $C'(-6;-1)$.　　**D.** $C'(-6;1)$.

Lời giải. Gọi $Đ_a(M)=M' \to a$ là đường trung trực của đoạn thẳng MM'.

Gọi I là trung điểm đoạn thẳng $MM' \longrightarrow I\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$.

Đường thẳng a qua điểm I và có một vtpt $\vec{n}=\overrightarrow{MM'}=(1;-1)$ nên có phương trình $a: x-y=0$ hay $a: y=x$ (đường phân giác góc phần tư thứ nhất).

Suy ra $C'(-6;1)$. **Chọn D.**

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng a và b lần lượt có phương trình $x=2$ và $x=5$. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục $Đ_a$, $Đ_b$ (theo thứ tự). Điểm $M(-2;6)$ biến thành điểm N có tọa độ là

A. $(-4;6)$.　　**B.** $(5;6)$.　　**C.** $(4;6)$.　　**D.** $(9;6)$.

Lời giải. ● Gọi ảnh của M qua phép đối xứng trục $Đ_a$ là M'.

Đường thẳng d qua M và vuông góc với a có phương trình $d: y-6=0$.

Gọi $H=d\cap a$, tọa độ điểm H là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=2 \\ y-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases} \Rightarrow H(2;6)$.

Theo giả thiết: $Đ_a(M)=M'(x';y') \to H$ là trung điểm của MM'

$\Leftrightarrow \begin{cases} x'=2x_H-x_M \\ y'=2y_H-y_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x'=6 \\ y'=6 \end{cases} \Rightarrow M'(6;6)$.

● Gọi ảnh của M' qua phép đối xứng trục $Đ_b$ là N.

Làm tương tự như trên, ta được kết quả $N(4;6)$. **Chọn C.**

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x+y-2=0$. Ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng trục Ox có phương trình là:

A. $x-y-2=0$.　**B.** $x+y+2=0$.　　**C.** $-x+y-2=0$.　　**D.** $x-y+2=0$.

Lời giải. Trục Ox có phương trình $y=0$.

Tọa độ giao điểm A của d và Ox thỏa mãn hệ $\begin{cases} x+y-2=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow A(2;0)$.

Vì $A\in Ox$ nên qua phép đối xứng trục Ox biến thành chính nó, tức $A'\equiv A(2;0)$.

Chọn điểm $B(1;1)\in d \xrightarrow{Đ_{Ox}} B'(1;-1)$.

Vậy đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đối xứng trục Ox đi qua hai điểm $A'(2;0)$ và $B'(1;-1)$ nên có phương trình $x-y-2=0$. **Chọn A.**

Cách 2. Biểu thức tọa độ qua phép đối xứng trục Ox là $\begin{cases} x'=x \\ y'=-y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=x' \\ y=-y' \end{cases}$. Thay vào d, ta được $x'-y'-2=0$.

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ có phương trình $5x+y-3=0$. Đường thẳng đối xứng của Δ qua trục tung có phương trình là:

A. $5x+y+3=0$. **B.** $5x-y+3=0$. **C.** $x+5y+3=0$. **D.** $x-5y+3=0$.

Lời giải. Biểu thức tọa độ qua phép đối xứng trục tung là $\begin{cases} x'=-x \\ y'=y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-x' \\ y=y' \end{cases}$. Thay vào Δ, ta được $-5x'+y'-3=0$ hay $5x'-y'+3=0$. **Chọn B.**

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi a là đường phân giác của góc phần tư thứ nhất. Ta xét đường thẳng $\Delta: 3x-4y+5=0$. Phép đối xứng trục $Đ_a$ biến đường thẳng Δ thành đường thẳng Δ' có phương trình là:

A. $4x-3y-5=0$. **B.** $3x+4y-5=0$.

C. $4x-3y+5=0$. **D.** $3x+4y+5=0$.

Lời giải. Biểu thức tọa độ qua phép đối xứng $Đ_a$ là $\begin{cases} x'=y \\ y'=x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y' \\ y=x' \end{cases}$. Thay vào Δ, ta được $3y'-4x'+5=0$. hay $4x'-3y'-5=0$. **Chọn A.**

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $3x+y-1=0$. Xét phép đối xứng trục $\Delta: 2x-y+1=0$, đường thẳng d biến thành đường thẳng d' có phương trình là:

A. $3x-y+1=0$. **B.** $x+3y-3=0$. **C.** $x-3y+3=0$. **D.** $x+3y+1=0$.

Lời giải. Tọa độ giao điểm A của d và Δ thỏa mãn hệ $\begin{cases} 3x+y-1=0 \\ 2x-y+1=0 \end{cases} \Rightarrow A(0;1)$.

Vì $A \in \Delta$ nên qua phép đối xứng trục Δ biến thành chính nó, tức $A' \equiv A(0;1)$.

Chọn điểm $B(1;-2) \in d$.

Đường thẳng đi qua điểm B và vuông góc với Δ có phương trình $\ell: x+2y+3=0$.

Gọi $H=\Delta \cap \ell$, suy ra tọa độ điểm H thỏa hệ $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ x+2y+3=0 \end{cases} \Rightarrow H(-1;-1)$.

Gọi $B'(x';y')$ là điểm đối xứng của B qua $\Delta \to H$ là trung điểm của BB'

$\Leftrightarrow \begin{cases} x'=2x_H-x_B \\ y'=2y_H-y_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x'=-3 \\ y'=0 \end{cases} \Rightarrow B'(-3;0)$.

Đường thẳng d' cần tìm đi qua hai điểm A', B' nên có phương trình $x-3y+3=0$.

Chọn C.

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): (x-1)^2+(y+2)^2=4$. Phép đối xứng trục Ox biến đường tròn (C) thành đường tròn (C') có phương trình là:

A. $(x+1)^2+(y-2)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2=4.$ **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2=4.$

Lời giải. Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$ và bán kính $R=2.$

Ta có $I(1;-2)\xrightarrow{Đ_{Ox}} I'(1;2)$ và $R=2\xrightarrow{Đ_{Ox}} R'=R=2.$

Do đó (C') có phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2=4.$ **Chọn C.**

Cách 2. Biểu thức tọa độ qua phép đối xứng trục Ox là $\begin{cases} x'=x \\ y'=-y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=x' \\ y=-y' \end{cases}.$ Thay vào (C), ta được $(x'-1)^2+(-y'+2)^2=4$ hay $(x'-1)^2+(y'-2)^2=4.$

Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C):(x+1)^2+(y-4)^2=1$ và đường thẳng d có phương trình $y-x=0.$ Phép đối xứng trục d biến đường tròn (C) thành đường tròn (C') có phương trình là:

A. $(x+1)^2+(y-4)^2=1.$ **B.** $(x-4)^2+(y+1)^2=1.$

C. $(x+4)^2+(y-1)^2=1.$ **D.** $(x+4)^2+(y+1)^2=1.$

Lời giải. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua trục $d: y-x=0$ (đường phân giác góc phần tư thứ nhất) là $\begin{cases} x'=y \\ y'=x \end{cases}.$ Thay vào (C), ta được $(y'+1)^2+(x'-4)^2=1$ hay $(x-4)^2+(y+1)^2=1.$ **Chọn B.**

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$ và $(C'):(x-3)^2+y^2=4.$ Viết phương trình trục đối xứng của (C) và $(C').$

A. $y=x+1.$ **B.** $y=x-1.$ **C.** $y=-x+1.$ **D.** $y=-x-1.$

Lời giải. Trục đối xứng của hai đường tròn là trung trực của đoạn nối hai tâm đường tròn. Viết ra được phương trình trục đối xứng là $x-y-1=0$ hay $y=x-1$. **Chọn B.**

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y^2=x$. Hỏi parabol nào trong các parabol sau là ảnh của (P) qua phép đối xứng trục tung?

A. $y^2=x.$ **B.** $y^2=-x.$ **C.** $x^2=-y.$ **D.** $x^2=y.$

Lời giải. Biểu thức tọa độ qua phép đối xứng trục tung là $\begin{cases} x=-x' \\ y=y' \end{cases}.$ Thay vào (P), ta được $y'^2=-x'.$ **Chọn B.**

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y=x^2-2x+3.$ Phép đối xứng trục Ox biến parabol (P) thành parabol (P') có phương trình là:

A. $y=x^2-2x-3.$ **B.** $y=x^2+2x-3.$

C. $y=-x^2+2x-3.$ **D.** $y=-x^2+4x-3.$

Lời giải. Biểu thức tọa độ qua phép đối xứng trục Ox là $\begin{cases} x=x' \\ y=-y' \end{cases}.$ Thay vào (P), ta được $-y'=x'^2-2x'+3$ hay $y'=-x'^2+2x'-3.$ **Chọn C.**

Câu 44. Cho góc nhọn xOy và điểm A thuộc miền trong của góc đó, điểm B thuộc cạnh Ox (B khác O). Tìm C thuộc Oy sao cho chu vi tam giác ABC nhỏ nhất?

A. C là hình chiếu của A trên $Oy.$

B. C là hình chiếu của B trên Oy.

C. C là hình chiếu trung điểm I của AB trên Oy.

D. C là giao điểm của BA'; A' đối xứng với A qua Oy.

Lời giải. Gọi M là điểm đối xứng với A qua Ox. Vì $B \in Ox$ nên suy ra $BA = BM$.
Gọi N là điểm đối xứng với A qua Oy Vì $C \in Oy$ nên suy ra $CA = CN$.

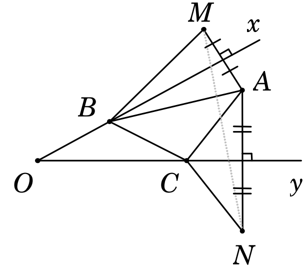
Chu vi tam giác: $P_{\Delta ABC} = AB + BC + CA = BM + BC + CN$. $(*)$

Theo bất đẳng thức tam giác mở rộng, ta có

$$MB + BC \geq MC \text{ và } MC + CN \geq MN.$$

Kết hợp với $(*)$, suy ra

$$P_{\Delta ABC} = (MB + BC) + CN \geq MC + CN \geq MN.$$



Dấu $"="$ xảy ra khi và chỉ khi B, C, M, N thẳng hàng hay C là giao điểm của BM với trục Oy.

Chọn D.

Câu 45. Cho tam giác ABC có A là góc nhọn và các đường cao là AA', BB', CC'. Gọi H là trực tâm tam giác ABC và H' là điểm đối xứng của H qua BC. Tứ giác nào sau đây là tứ giác nội tiếp ?

A. $AC'H'C$. **B.** $ABH'C$. **C.** $AB'H'B$. **D.** $BHCH'$.

Lời giải. Vì H' đối xứng với H qua BC suy ra $\widehat{BHC} = \widehat{BH'C}$.

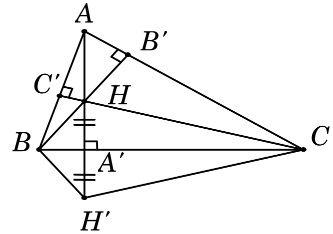
Mặt khác $\widehat{BHC} = \widehat{B'HC'}$ (hai góc đối đỉnh).

Suy ra $\widehat{BH'C} = \widehat{B'HC'}$. (1)

Ta có $\begin{cases} BB' \perp AC \\ CC' \perp AB \end{cases} \Rightarrow \widehat{AC'H} = \widehat{AB'H} = 90^0$

$\Rightarrow$ tứ giác $AB'HC'$ là tứ giác nội tiếp.

Suy ra $\widehat{B'AC'} + \widehat{B'HC'} = 180^0$. (2)



Từ (1) và (2), suy ra $\widehat{BH'C} + \widehat{BAC} = 180^0$. Vậy tứ giác $ABH'C$ là tứ giác nội tiếp.

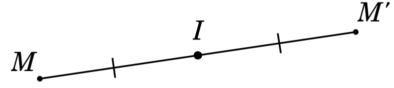
Chọn B.

❍ Bài 04

PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

1. Định nghĩa

Cho điểm I. Phép biến hình biến điểm I thành chính nó, biến mỗi điểm M khác I thành M' sao cho I là trung điểm của MM' được gọi là phép đối xứng tâm I.



Điểm I được gọi là tâm đối xứng.

Phép đối xứng tâm I thường được kí hiệu là $Đ_I$.

Nếu hình $\mathscr{H}'$ là ảnh của hình $\mathscr{H}$ qua $Đ_I$ thì ta còn nói $\mathscr{H}$ đối xứng với $\mathscr{H}'$ qua tâm I, hay $\mathscr{H}$ và $\mathscr{H}'$ đối xứng với nhau qua I.

Từ đinh nghĩa suy ra $M' = Đ_I\left(M\right) \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}$.

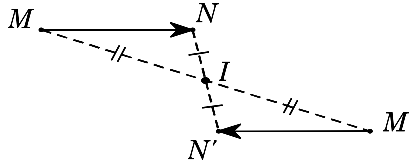
2. Biểu thức toạ độ

- Với $O(0;0)$, ta có $M'\left(x';y'\right) = Đ_O\left[M\left(x;y\right)\right]$ thì $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$.
- Với $I\left(a;b\right)$, ta có $M'\left(x';y'\right) = Đ_I\left[M\left(x;y\right)\right]$ thì $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$.

3. Tính chất

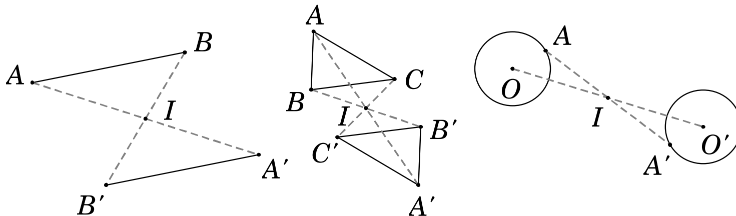
Tính chất 1

Nếu $Đ_I\left(M\right) = M'$ và $Đ_I\left(N\right) = N'$ thì $\overrightarrow{M'N'} = -\overrightarrow{MN}$, từ đó suy ra $M'N' = MN$.



Tính chất 2

Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn cùng bán kính.



4. Tâm đối xứng của một hình

Định nghĩa

Điểm I được gọi là tâm đối xứng của hình $\mathscr{H}$ nếu phép đối xứng tâm I biến hình $\mathscr{H}$ thành chính nó.

Khi đó ta nói $\mathscr{H}$ là hình có tâm đối xứng.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hình nào sau đây có tâm đối xứng?

A. Hình thang. **B.** Hình tròn. **C.** Parabol. **D.** Tam giác bất kì.

Lời giải. Chọn B. Tâm đối xứng của hình tròn là tâm của hình tròn đó.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tam giác đều có tâm đối xứng. **B.** Tứ giác có tâm đối xứng.

C. Hình thang cân có tâm đối xứng. **D.** Hình bình hành có tâm đối xứng.

Lời giải. Chọn D. Tâm đối xứng của hình hình bình hành là giao điểm của hai đường chéo.

Câu 3. Hình nào sau đây không có tâm đối xứng?

A. Hình vuông. **B.** Hình tròn.

C. Hình tam giác đều. **D.** Hình thoi.

Lời giải. Chọn C. (Hình vuông và hình thoi có tâm đối xứng là giao điểm của hai đường chéo).

Câu 4. Trong các hình sau đây, hình nào không có tâm đối xứng?

A. Hình gồm một đường tròn và một hình chữ nhật nội tiếp.

B. Hình gồm một đường tròn và một tam giác đều nội tiếp.

C. Hình lục giác đều.

D. Hình gồm một hình vuông và đường tròn nội tiếp.

Lời giải. Chọn B. Vì tam giác đều không có tâm đối xứng.

Câu 5. Trong các hình dưới đây hình nào không có tâm đối xứng ?

A. Đường elip. **B.** Đường hypebol.

C. Đường parabol. **D.** Đồ thị hàm số $y = \sin x$.

Lời giải. Chọn C.

Câu 6. Hình gồm hai đường tròn phân biệt có cùng bán kính có bao nhiêu tâm đối xứng ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn B. Có một tâm đối xứng chính là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tâm của hai đường tròn.

Câu 7. Có bao nhiêu phép đối xứng tâm biến một đường thẳng a cho trước thành chính nó?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn D. Tâm đối xứng là điểm bất kỳ nằm trên đường thẳng a.

Câu 8. Cho hai đường thẳng song song d và d'. Có bao nhiêu phép đối xứng tâm biến mỗi đường thằng đó thành chính nó?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Tâm đối xứng phải nằm trên cả d và d' nên không có. **Chọn A.**

Câu 9. Cho hai đường thẳng cắt nhau d và d'. Có bao nhiêu phép đối xứng tâm biến mỗi đường thẳng đó thành chính nó?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn B. Tâm đối xứng là giao điểm của d và d'.

Câu 10. Cho hai đường thẳng song song d và d'. Có bao nhiêu phép đối xứng tâm biến d thành d'?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn D. Tâm đối xứng là các điểm cách đều d và d'.

Câu 11. Cho bốn đường thẳng a, b, a', b' trong đó $a // a'$, $b // b'$ và a cắt b. Có bao nhiêu phép đối xứng tâm biến các đường thẳng a và b lần lượt thành các đường thẳng a' và b'?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn B. Đó là phép đối xứng qua tâm hình bình hành tạo thành bởi bốn đường thẳng đã cho.

Câu 12. Hình nào sau đây vừa có tâm đối xứng, vừa có trục đối xứng?

A. Hình bình hành. **B.** Hình bát giác đều.

C. Hình ngũ giác đều **D.** Hình tam giác đều.

Lời giải. Chọn B.

Câu 13. Hình nào sau đây có trục đối xứng nhưng không có tâm đối xứng?

A. Hình bình hành. **B.** Hình bát giác đều.

C. Đường thẳng. **D.** Hình tam giác đều.

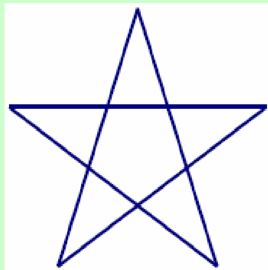
Lời giải. Chọn D.

Câu 14. Hình nào sau đây có tâm đối xứng (một hình là một chữ cái in hoa):

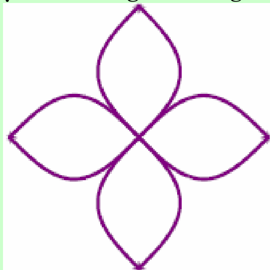
A. Q. **B.** P. **C.** N. **D.** E.

Lời giải. Chọn C.

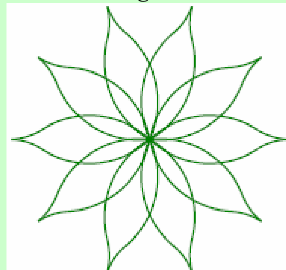
Câu 15. Hình nào sau đây có trục đối xứng và đồng thời có tâm đối xứng?



Hình 1



Hình 2



Hình 3

A. Hình 1 và Hình 2. **B.** Hình 1 và Hình 3.

C. Hình 2 và Hình 3. **D.** Hình 1, Hình 2 và Hình 3.

Lời giải. Chọn C.

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Phép đối xứng tâm không có điểm nào biến thành chính nó.

B. Phép đối xứng tâm có đúng một điểm biến thành chính nó.

C. Có phép đối xứng tâm có hai điểm biến thành chính nó.

D. Có phép đối xứng tâm có vô số điểm biến thành chính nó.

Lời giải. Chọn B. Điểm đó là tâm đối xứng.

Câu 17. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Phép đối xứng tâm bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

B. Nếu $IM' = IM$ thì $Đ_I\left(M\right) = M'$.

C. Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho.

D. Phép đối xứng tâm biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.

Lời giải. Chọn B. B là mệnh đề sai vì: Giả sử tam giác IMM' là tam giác cân tại I nên $IM' = IM$ nhưng I, M, M' không thẳng hàng nên M' không phải là ảnh của M qua phép đối xứng tâm I.

Câu 18. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O. Tìm ảnh của tam giác ABD qua phép đối xúng tâm O.

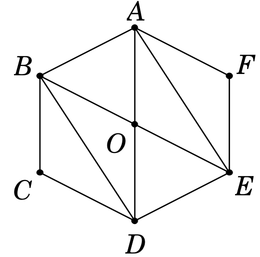
A. ΔADB. **B.** ΔDEA. **C.** ΔDCF. **D.** ΔEAD.

Lời giải. Phép đối xứng tâm O biến điểm A thành điểm D

Phép đối xứng tâm O biến điểm B thành điểm E

Phép đối xứng tâm O biến điểm D thành điểm A

Vậy ảnh của tam giác ABD qua phép đối xúng tâm O là tam giác DEA.



Chọn B.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho phép đối xứng tâm $I(1;2)$ biến điểm $M(x;y)$ thành $M'(x';y')$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} x' = -x+2 \\ y' = -y-2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x' = -x+2 \\ y' = -y+4 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x' = -x+2 \\ y' = -y-4 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x' = x+2 \\ y' = y-2 \end{cases}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{IM'} = (x'-1; y'-2)$, $\overrightarrow{IM} = (x-1; y-2)$.

Vì $Đ_I(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x'-1 = -(x-1) \\ y'-2 = -(y-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x+2 \\ y' = -y+4 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho phép đối xứng tâm $O(0;0)$ biến điểm $M(-2;3)$ thành điểm M' có tọa độ là:

A. $M'(-4;2)$. **B.** $M'(2;-3)$. **C.** $M'(-2;3)$. **D.** $M'(2;3)$.

Lời giải. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm $O(0;0)$ là $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases} \Rightarrow M'(2;-3)$.

Chọn B.

Câu 21. Phép đối xứng tâm $I(a;b)$ biến điểm $A(1;3)$ thành điểm $A'(1;7)$. Tính tổng $T = a+b$.

A. $T = 4$. **B.** $T = 6$. **C.** $T = 7$. **D.** $T = 8$.

Lời giải. Từ giả thiết, suy ra I là trung điểm của $AA' \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1+1}{2} = 1 \\ b = \dfrac{3+7}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow T = 6$.

Chọn B.

Câu 22. Phép đối xứng tâm $O(0,0)$ biến điểm $A(m;-m)$ thành điểm A' nằm trên đường thẳng $x-y+6=0$. Tìm m.

A. $m = 3$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = -4$.

Lời giải. Ta có $A(m;-m) \xrightarrow{Đ_O} A'(-m;m)$.

Do A' nằm trên đường thẳng $x-y+6=0$ nên $-m-m+6=0 \Leftrightarrow m=3$. **Chọn A.**

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(2;1)$. Thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua tâm O và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(1;2)$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau?

A. $A(1;3)$. **B.** $B(2;0)$. **C.** $C(0;2)$. **D.** $D(-1;1)$.

Lời giải. Phép đối xứng tâm $O(0;0)$ biến điểm $M(2;1)$ thành điểm $M'(-2;-1)$.

Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(1;2)$ biến điểm M' thành điểm M''

$\Rightarrow \overrightarrow{M'M''}=\vec{v} \Rightarrow M''(-1;1)\equiv D.$ **Chọn D.**

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta: x+2y-3=0$ và $\Delta': x-2y-7=0$. Qua phép đối xứng tâm $I(1;-3)$, điểm M trên đường thẳng Δ biến thành điểm N thuộc đường thẳng Δ'. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

A. $MN=12$. **B.** $MN=13$. **C.** $MN=2\sqrt{37}$. **D.** $MN=4\sqrt{5}$.

Lời giải. Lấy điểm $M(3-2m;m)$ thuộc Δ.

Gọi N là ảnh của M qua phép đối xứng tâm $I(1;-3)\longrightarrow N(2m-1;-6-m)$.

Vì $N\in\Delta'$ nên $(2m-1)-2(-6-m)-7=0 \Leftrightarrow m=-1$.

Với $m=-1\longrightarrow M(5;-1)$, $N(-3;-5)\longrightarrow MN=4\sqrt{5}$. **Chọn D.**

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta: y+2=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2=13$. Qua phép đối xứng tâm $I(1;0)$ điểm M trên Δ biến thành điểm N trên (C). Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng:

A. 5. **B.** 6. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải. Lấy điểm $M(m;-2)$ thuộc Δ.

Gọi N là ảnh của M qua phép đối xứng tâm $I(1;0)\longrightarrow N(2-m;2)$.

Vì $N\in(C)$ nên $(2-m)^2+2^2=13 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=5 \end{array}\right.$.

Với $m=-1\Rightarrow M(-1;-2), N(3;2)\longrightarrow MN=4\sqrt{2}$.

Với $m=5\Rightarrow M(5;-2), N(-3;2)\longrightarrow MN=4\sqrt{5}$.

Chọn D.

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x=2$. Trong bốn đường thẳng cho bởi các phương trình sau đường thẳng nào là ảnh của d qua phép đối xứng tâm O?

A. $x=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=2$. **D.** $y=-2$.

Lời giải. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm O là $\begin{cases} x'=-x \\ y'=-y \end{cases}$. Thay vào phương trình đường thẳng d, ta được $-x'=2 \Leftrightarrow x'=-2$. **Chọn A.**

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: 3x-2y-1=0$. Ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng tâm O có phương trình là:

A. $3x+2y+1=0$. **B.** $-3x+2y-1=0$.

C. $3x+2y-1=0$. **D.** $3x-2y-1=0$.

Lời giải. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm O là $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$. Thay vào phương trình đường thẳng d, ta được $3(-x') - 2(-y') - 1 = 0 \Leftrightarrow -3x' + 2y' - 1 = 0$. **Chọn B.**

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$. Tìm phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đối xứng tâm $I(1;2)$.

A. $x + y + 4 = 0$. **B.** $x + y - 4 = 0$. **C.** $x - y + 4 = 0$. **D.** $x - y - 4 = 0$.

Lời giải. Qua phép đối xứng tâm đường thẳng biến thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó nên suy ra $d': x + y + c = 0$.

Chọn $A(1;1)$ thuộc d. Ta có $Đ_I(A) = A'(x;y) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IA'} = -\overrightarrow{IA} \\ A' \in d' \end{cases}$.

Từ $\overrightarrow{IA'} = -\overrightarrow{IA} \longrightarrow A'(1;3)$ thay vào d' ta được $1 + 3 + c = 0 \Leftrightarrow c = -4$

$\longrightarrow d': x + y - 4 = 0$. **Chọn B.**

Cách 2. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm $I(a;b)$ là $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - x' \\ y = 4 - y' \end{cases}$.

Thay vào phương trình đường thẳng d ta được $(2 - x') + (4 - y') - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x' + y' - 4 = 0$.

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 1 + t \end{cases}$. Ảnh của đường thẳng Δ qua phép đối xứng tâm $I(-2;2)$ có phương trình là:

A. $x + 4y - 5 = 0$. **B.** $x + 4y - 6 = 0$. **C.** $4x - y + 1 = 0$. **D.** $4x - y - 1 = 0$.

Lời giải. Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là $x + 4y - 6 = 0$.

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm $I(a;b)$ là $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 - x' \\ y = 4 - y' \end{cases}$.

Thay vào phương trình đường thẳng d ta được $(-4 - x') + 4(4 - y') - 6 = 0$

$\Leftrightarrow x' + 4y' - 6 = 0$. **Chọn B.**

Cách 2. Nhận thấy $I(-2;2) \in \Delta$ nên ảnh của đường thẳng Δ qua phép đối xứng tâm I trùng với chính nó. Vậy ảnh của đường thẳng Δ qua phép đối xứng tâm $I(-2;2)$ có phương trình là: $x + 4y - 6 = 0$.

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x - y + 4 = 0$. Hỏi trong bốn đường thẳng cho bởi các phương trình sau đường thẳng nào có thể biến thành d qua một phép đối xứng tâm?

A. $2x + y - 4 = 0$. **B.** $x + y - 1 = 0$. **C.** $2x - 2y + 1 = 0$. **D.** $2x + 2y - 3 = 0$.

Lời giải. Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng nó. Do đó chỉ có đáp án C thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 31. Ảnh của đường thẳng $\Delta: x - y - 4 = 0$ qua phép đối xứng tâm $I(a;b)$ là đường thẳng $\Delta': x - y + 2 = 0$. Tính giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

A. $P_{\min} = \sqrt{2}$. **B.** $P_{\min} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $P_{\min} = \dfrac{1}{2}$. **D.** $P_{\min} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải. Chọn $M(4;0)\in\Delta$.

Điểm đối xứng của M qua tâm $I(a;b)$ là điểm $M'(2a-4;2b)$.

Điểm $M'\in\Delta'$ nên $(2a-4)-2b+2=0\Leftrightarrow a-b=1\Leftrightarrow a=b+1$.

Khi đó $P=a^2+b^2=(b+1)^2+b^2=2b^2+2b+1=2\left(b+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\geq\frac{1}{2}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow b=-\frac{1}{2}\longrightarrow a=\frac{1}{2}$. Vậy $P_{\min}=\frac{1}{2}$. **Chọn C.**

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy,$ tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C): $(x-3)^2+(y+1)^2=9$ qua phép đối xứng tâm $O(0;0)$.

A. $(C'):(x-3)^2+(y+1)^2=9.$ **B.** $(C'):(x+3)^2+(y+1)^2=9.$

C. $(C'):(x-3)^2+(y-1)^2=9.$ **D.** $(C'):(x+3)^2+(y-1)^2=9.$

Lời giải. Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$, bán kính $R=3$.

Gọi I' là điểm đối xứng của $I(3;-1)$ qua tâm $O(0;0)$, suy ra $I'(-3;1)$.

Phép đối xứng tâm bảo toàn khoảng cách nên $R'=R=3$.

Vậy đường tròn (C') có tâm $I'(-3;1).$, bán kính $R'=3$ nên $(C'):(x+3)^2+(y-1)^2=9$.

Chọn D.

Cách 2. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm $O(0;0)$ là $\begin{cases}x'=-x\\y'=-y\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-x'\\y=-y'\end{cases}$.

Thay vào (C) ta được $(-x'-3)^2+(-y'+1)^2=9\Leftrightarrow(x'+3)^2+(y'-1)^2=9$.

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy,$ tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C):x^2+y^2=1$ qua phép đối xứng tâm $I(1;0)$.

A. $(C'):(x-2)^2+y^2=1.$ **B.** $(C'):(x+2)^2+y^2=1.$

C. $(C'):x^2+(y+2)^2=1.$ **D.** $(C'):x^2+(y-2)^2=1.$

Lời giải. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm $I(a;b)$ là $\begin{cases}x'=2a-x=2-x\\y'=2b-y=-y\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}x=2-x'\\y=-y'\end{cases}$. Thay vào (C) ta được $(2-x')^2+(-y')^2=1\Leftrightarrow(x'-2)^2+y'^2=1$.

Chọn A.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-3)^2=16.$ Giả sử phép đối xứng tâm I biến điểm $A(1;3)$ thành điểm $B(a;b)$. Tìm phương trình của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng tâm I.

A. $(C'):(x-a)^2+(y-b)^2=1.$ **B.** $(C'):(x-a)^2+(y-b)^2=4.$

C. $(C'):(x-a)^2+(y-b)^2=9.$ **D.** $(C'):(x-a)^2+(y-b)^2=16.$

Lời giải. Theo giả thiết điểm $A(1;3)$ biến thành thành điểm $B(a;b)$ qua phép đối xứng tâm I nên ta có $\begin{cases}2x_I=x_A+x_B=a+1\\2y_I=y_A+y_B=b+3\end{cases}$.

Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I là $\begin{cases} x' = 2x_I - x = a + 1 - x \\ y' = 2y_I - y = b + 3 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a + 1 - x' \\ y = b + 3 - y' \end{cases}$.

Thay vào (C) ta được $(a - x')^2 + (b - y')^2 = 16 \Leftrightarrow (x' - a)^2 + (y' - b)^2 = 16$. **Chọn D.**

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường tròn (C) và (C') có phương trình lần lượt là $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ và $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 51 = 0$. Xét phép đối xứng tâm I biến (C) và (C'). Tìm tọa độ tâm I.

A. $I(2;3)$. **B.** $I(1;0)$. **C.** $I(8;6)$. **D.** $I(4;3)$.

Lời giải. Đường tròn (C) có tâm $K(2;2)$. Đường tròn (C') có tâm $K'(6;4)$.

Tọa độ tâm đối xứng I là trung điểm của KK' nên suy ra $I(4;3)$. **Chọn D.**

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y^2 = x$. Viết phương trình parabol (P') là ảnh của parabol (P) qua phép đối xứng tâm $I(1;0)$.

A. $(P'): y^2 = x - 2$. **B.** $(P'): y^2 = -x + 2$.

C. $(P'): y^2 = -x - 2$. **D.** $(P'): y^2 = x + 2$.

Lời giải. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm $I(a;b)$ là $\begin{cases} x' = 2a - x = 2 - x \\ y' = 2b - y = -y \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 - x' \\ y = -y' \end{cases}$. Thay vào (P) ta được $(-y')^2 = 2 - x' \Leftrightarrow (y')^2 = -x' + 2$. **Chọn B.**

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Viết phương trình elip (E') là ảnh của elip (E) qua phép đối xứng tâm $I(1;0)$.

A. $(E'): \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. **B.** $(E'): \frac{(x-2)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

C. $(E'): \frac{(x+1)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. **D.** $(E'): \frac{(x+2)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Lời giải. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm $I(a;b)$ là $\begin{cases} x' = 2a - x = 2 - x \\ y' = 2b - y = -y \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 - x' \\ y = -y' \end{cases}$. Thay vào (E) ta được $\frac{(2 - x')^2}{4} + \frac{(-y')^2}{1} = 1 \Leftrightarrow \frac{(x' - 2)^2}{4} + \frac{(-y')^2}{1} = 1$.

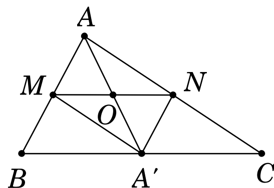
Chọn B.

Câu 38. Cho tam giác ABC không cân. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Gọi O là trung điểm của MN. Điểm A' đối xứng với A qua O. Tìm mệnh đề sai.

A. $AMA'N$ là hình bình hành. **B.** $BMNA'$ là hình bình hành.

C. B, C đối xứng với nhau qua A'. **D.** $BMNA'$ là hình thoi.

Lời giải. Chọn D.



A' đối xứng với A qua O $\Rightarrow$ O là trung điểm AA'.

MO là đường trung bình của $\Delta AA'B \Rightarrow \begin{cases} BA' \,//\, MN \\ BA' = 2MO \end{cases}$.

NO là đường trung bình của $\Delta AA'C \Rightarrow \begin{cases} CA' \,//\, MN \\ CA' = 2MO \end{cases}$.

$\Rightarrow$ B, A', C thẳng hàng $\Rightarrow$ A' là trung điểm BC.

Do O đồng thời là trung điểm của MN và AA' nên $AMA'N$ là hình bình hành.

Do $BA' = MN$ và $BA' \,//\, MN$ (MN là đường trung bình của ΔABC) nên $BMNA'$ là hình bình hành.

Do A' là trung điểm BC nên B, C đối xứng với nhau qua A'.

Không đủ điều kiện kết luận $BMNA'$ là hình thoi.

Câu 39. Cho hình bình hành $ABCD$ ($ABCD$ không là hình thoi). Trên đường chéo BD lấy hai điểm M, N sao cho $BM = MN = ND$. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của AN và CD; CM và AB. Tìm mệnh đề sai.

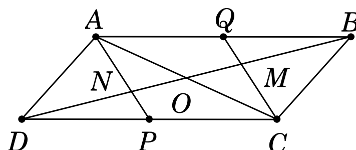
A. P và Q đối xứng qua O.

B. M và N đối xứng qua O.

C. M là trọng tâm tam giác ABC.

D. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Lời giải. Chọn D.



Từ giả thiết suy ra $DN = \frac{2}{3}DO$, mà O là trung điểm AC $\Rightarrow$ N là trọng tâm ΔACD.

Mà AN cắt CD tại P $\Rightarrow$ P là trung điểm CD.

Tương tự, ta có: Q là trung điểm AB.

• Do $AQ \,//\, PC$ và $AQ = PC$ $\Rightarrow$ $AQCP$ là hình bình hành $\Rightarrow$ O là trung điểm của PQ $\Rightarrow$ P và Q đối xứng qua O.

• Do $MO = NO = \frac{1}{6}BD$ $\Rightarrow$ O là trung điểm MN $\Rightarrow$ M và N đối xứng qua O.

• Chứng minh tương tự $\Rightarrow$ M là trọng tâm tam giác ABC.

• Tam giác ABC không phải là tam giác đều nên không đủ kết luận M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Câu 40. Cho tam giác ABC có A, B cố định; điểm C di động trên đường thẳng d. Dựng hình bình hành $AMBC$. Quỹ tích điểm M là:

A. ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng tâm A.

B. ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng tâm B.

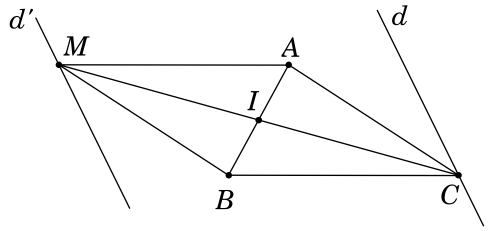
C. ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng tâm I với I là trung điểm AB.

D. ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng tâm I với I là trung điểm AC.

Lời giải. M là ảnh của C qua phép đối xứng tâm I với I là trung điểm AB.

Mà C di động trên đường thẳng d nên quỹ tích điểm M là ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng tâm I.

Chọn C.



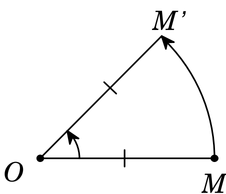
❍ Bài 05

PHÉP QUAY

1. Định nghĩa

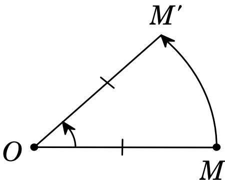
Cho điểm O và góc lượng giác α. Phép biến hình biến điểm O thành chính nó, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho $OM' = OM$ và góc lượng giác $(OM; OM')$ bằng α được gọi là phép quay tâm O góc α.

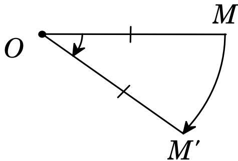
- Điểm O được gọi là tâm quay, α được gọi là góc quay của phép quay đó.
- Phép quay tâm O góc α thường được kí hiệu là $Q_{(O,\alpha)}$.



Nhận xét

- Chiều dương của phép quay là chiều dương của đường tròn lượng giác nghĩa là chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ.





- Với k là số nguyên ta luôn có:
  - ⊕ Phép quay $Q_{(O,2k\pi)}$ là phép đồng nhất.
  - ⊕ Phép quay $Q_{(O,(2k+1)\pi)}$ là phép đối xứng tâm O.

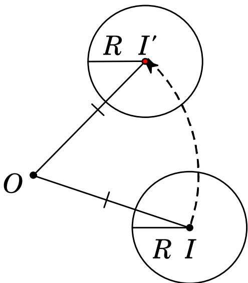
2. Tính chất

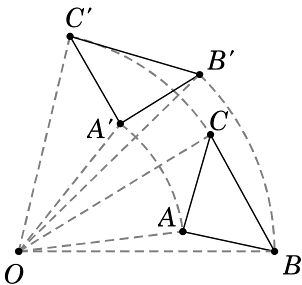
Tính chất 1

Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Tính chất 2

Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn cùng bán kính.





CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Có bao nhiêu điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc α với $\alpha \neq k2\pi$ (k là một số nguyên)?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn B. Điểm đó chính là tâm quay O.

Câu 2. Cho tam giác đều tâm O. Với giá trị nào dưới đây của φ thì phép quay $Q_{(O,\varphi)}$ biến tam giác đều thành chính nó?

A. $\varphi = \frac{\pi}{3}$. **B.** $\varphi = \frac{2\pi}{3}$. **C.** $\varphi = \frac{3\pi}{2}$. **D.** $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải. Các góc quay để biến tam giác đều thành chính nó là $0;\ \frac{2\pi}{3};\ \frac{4\pi}{3};\ 2\pi$.

Chọn B.

Câu 3. Cho tam giác đều ABC. Hãy xác định góc quay của phép quay tâm A biến B thành C.

A. $\varphi = 30°$. **B.** $\varphi = 90°$.

C. $\varphi = -120°$. **D.** $\varphi = 60°$ hoặc $\varphi = -60°$.

Lời giải. Tam giác ABC đều $\widehat{BAC} = 60°$.

Khi đó $Q_{(A,\varphi)}(B) = C \Rightarrow \varphi = \pm 60°$. **Chọn D.**

Câu 4. Cho tam giác đều tâm O. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0 \le \alpha < 2\pi$, biến tam giác trên thành chính nó?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải. Chọn C. Do $0 \le \alpha < 2\pi$ nên ta có các góc quay $0;\ \frac{2\pi}{3};\ \frac{4\pi}{3}$.

Câu 5. Cho hình vuông tâm O. Xét phép quay Q có tâm quay O và góc quay φ. Với giá trị nào sau đây của φ, phép quay Q biến hình vuông thành chính nó?

A. $\varphi = \frac{\pi}{6}$. **B.** $\varphi = \frac{\pi}{4}$. **C.** $\varphi = \frac{\pi}{3}$. **D.** $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải. Các góc quay để biến hình vuông thành chính nó là $0;\ \frac{\pi}{2};\ \pi;\ \frac{3\pi}{2};\ 2\pi$.

Chọn D.

Câu 6. Cho hình vuông tâm O. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0 \le \alpha < 2\pi$, biến hình vuông trên thành chính nó?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải. Chọn D. Do $0 \le \alpha < 2\pi$ nên ta có các góc quay $0;\ \frac{\pi}{2};\ \pi;\ \frac{3\pi}{2}$.

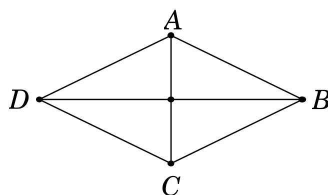
Câu 7. Cho hình chữ nhật tâm O. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0 \le \alpha < 2\pi$, biến hình chữ nhật trên thành chính nó?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải. Chọn B. Do $0 \le \alpha < 2\pi$ nên ta có các góc quay $0;\ \pi$.

Câu 8. Cho hình thoi $ABCD$ có góc $\widehat{ABC} = 60^0$ (các đỉnh của hình thoi ghi theo chiều kim đồng hồ). Ảnh của cạnh CD qua phép quay $Q_{(A,60^0)}$ là:

A. AB. **B.** BC. **C.** CD. **D.** DA.



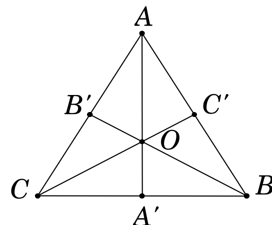
Lời giải. Xét phép quay tâm A góc quay 60^0 :

- Biến C thành B;
- Biến D thành C.

Vậy ảnh của CD là BC. **Chọn B.**

Câu 9. Cho tam giác đều ABC có tâm O và các đường cao AA', BB', CC' (các đỉnh của tam giác ghi theo chiều kim đồng hồ). Ảnh của đường cao AA' qua phép quay tâm O góc quay 240^0 là:

A. AA'. **B.** BB'. **C.** CC'. **D.** BC.



Lời giải. Do tam giác ABC đều nên

$$\widehat{A'OB'}=\widehat{B'OC'}=\widehat{C'OA'}=120^0.$$

Khi đó xét phép quay tâm O góc quay 240^0 :

- Biến A thành B;
- Biến A' thành B'.

Vậy ảnh của AA' là BB'. **Chọn B.**

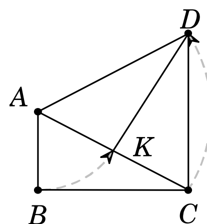
Câu 10. Cho tam giác ABC vuông tại B và góc tại A bằng 60^0 (các đỉnh của tam giác ghi theo ngược chiều kim đồng hồ). Về phía ngoài tam giác vẽ tam giác đều ACD. Ảnh của cạnh BC qua phép quay tâm A góc quay 60^0 là:

A. AD.

B. AI với I là trung điểm của CD.

C. CJ với J là trung điểm của AD.

D. DK với K là trung điểm của AC.



Lời giải. Từ giả thiết suy ra ABC là nữa tam giác đều, do đó $AC=2AB$.

Xép phép quay tâm A góc quay 60^0, ta có:

- Biến B thành K;
- Biến C thành D.

Vậy ảnh của BC là KD. **Chọn D.**

Câu 11. Cho hai đường thẳng bất kỳ d và d'. Có bao nhiêu phép quay biến đường thẳng d thành đường thẳng d'?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn D. Tâm quay là điểm cách đều hai đường thẳng.

Câu 12. Cho phép quay $Q_{(O,\varphi)}$ biến điểm A thành điểm A' và biến điểm M thành điểm M'. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{A'M'}$. **B.** $\widehat{(OA,OA')}=\widehat{(OM,OM')}=\varphi$.

C. $\widehat{\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{A'M'}\right)}=\varphi$ với $0\le\varphi\le\pi$. **D.** $AM=A'M'$.

Lời giải. Chọn A. Vì với góc quay khác $k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$ thì hai vectơ $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{A'M'}$ không cùng phương $\longrightarrow \overrightarrow{AM}\ne\overrightarrow{A'M'}$.

Câu 13. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ biến O thành chính nó.

B. Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O góc quay $-180°$.

C. Nếu $Q_{(O,90°)}(M)=M'$ $(M\neq O)$ thì $OM'>OM$.

D. Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O góc quay $180°$.

Lời giải. Chọn C. Vì phép quay bảo toàn khoảng cách nên $OM'=OM$.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay $\frac{\pi}{2}$.

A. $A'(0;-3)$. **B.** $A'(0;3)$. **C.** $A'(-3;0)$. **D.** $A'\left(2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

Lời giải. Gọi $A'(x;y)$. Ta có $Q_{\left(O,\frac{\pi}{2}\right)}(A)=A'\Leftrightarrow\begin{cases}OA=OA'\\\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OA'}\right)=\frac{\pi}{2}\end{cases}$.

Vì $A(3;0)\in Ox\xrightarrow{\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OA'}\right)=\frac{\pi}{2}}A'\in Oy\Rightarrow A'(0;y)$. Mà $OA=OA'\Rightarrow|y|=3$.

Do góc quay $\varphi=\frac{\pi}{2}\Rightarrow y>0$. Vậy $A'(0;3)$. **Chọn B.**

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay $-\frac{\pi}{2}$.

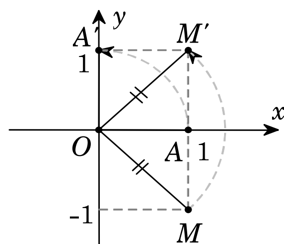
A. $A'(-3;0)$. **B.** $A'(3;0)$. **C.** $A'(0;-3)$. **D.** $A'\left(-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

Lời giải. Chọn C. Tương tự như câu trên, để ý $y<0$.

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho phép quay tâm O biến điểm $A(1;0)$ thành điểm $A'(0;1)$. Khi đó nó biến điểm $M(1;-1)$ thành điểm:

A. $M'(-1;-1)$. **B.** $M'(1;1)$. **C.** $M'(-1;1)$. **D.** $M'(1;0)$.

Lời giải. Từ giả thiết, kết hợp với hình vẽ ta thấy góc quay là $\frac{\pi}{2}$.



Khi đó phép quay tâm O góc quay $\frac{\pi}{2}$ biến điểm $M(1;-1)$ thành điểm $M'(1;1)$.

Chọn B.

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $M(2;0)$ và $N(0;2)$. Phép quay tâm O biến điểm M thành điểm N, khi đó góc quay của nó là:

A. $\varphi=30°$. **B.** $\varphi=30°$ hoặc $\varphi=45°$.

C. $\varphi=90°$. **D.** $\varphi=90°$ hoặc $\varphi=270°$.

Lời giải. Ta có M thuộc tia Ox, N thuộc tia $Oy\Rightarrow\varphi=90°$. **Chọn C.**

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(1;1)$. Hỏi các điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O góc quay $\varphi=45^0$?

A. $M_1'(-1;1)$. **B.** $M_2'(1;0)$. **C.** $M_3'\left(\sqrt{2};0\right)$. **D.** $M_4'\left(0;\sqrt{2}\right)$.

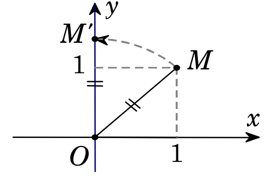
Lời giải. Gọi $M'(x';y')$ là ảnh của M qua phép quay tâm O, góc quay 45^0

$\Rightarrow \begin{cases} x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha \\ y' = x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 1.\cos 45^0 - 1.\sin 45^0 \\ y' = 1.\sin 45^0 + 1.\cos 45^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow M'\left(0;\sqrt{2}\right)$. **Chọn D.**

Cách 2. Dùng hình vẽ.

Tính được $OM = \sqrt{2}$ và $\widehat{OM,Oy} = 45^0$.

Suy ra $\begin{cases} M' \in Oy \\ OM' = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow M'\left(0;\sqrt{2}\right)$.



Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng a và b có phương trình lần lượt là $2x + y + 5 = 0$ và $x - 2y - 3 = 0$. Nếu có phép quay biến đường thẳng này thành đường thẳng kia thì số đo của góc quay φ $\left(0 \le \varphi \le 180^0\right)$ là:

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 120^0.

Lời giải. Ta thấy hai đường thẳng a và b có phương trình $2x + y + 5 = 0$ và $x - 2y - 3 = 0$ là vuông góc với nhau. Suy ra $\varphi = 90^0$. **Chọn C.**

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng a và b có phương trình lần lượt là $4x + 3y + 5 = 0$ và $x + 7y - 4 = 0$. Nếu có phép quay biến đường thẳng này thành đường thẳng kia thì số đo của góc quay φ $\left(0 \le \varphi \le 180^0\right)$ là:

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 120^0.

Lời giải. Đường thẳng $a: 4x + 3y + 5 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_a} = (4;3)$.

Đường thẳng $b: x + 7y - 4 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_b} = (1;7)$.

Góc α là góc tạo bởi a và b ta có

$$\cos\alpha = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_a}, \overrightarrow{n_b}\right)\right| = \frac{|4.1 + 3.7|}{\sqrt{4^2 + 3^2}\sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^0.$$

Vậy $\varphi = 45^0$. **Chọn A.**

❍ Bài 06

PHÉP DỜI HÌNH

1. Định nghĩa

Phép dời hình là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Nhận xét

- Các phép đồng nhất, tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm và phép quay đều là những phép dời hình.
- Phép biến hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép dời hình là một phép dời hình.

2. Tính chất

Phép dời hình:

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm;
- Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đọan thẳng bằng nó;
- Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến góc thành góc bằng nó;
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

3. Khái niệm hai hình bằng nhau

Định nghĩa

Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $3x-y-3=0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm $I(1;2)$ và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(-2;1)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. $3x-y+1=0$. **B.** $3x-y-8=0$. **C.** $3x-y+3=0$. **D.** $3x-y+8=0$.

Lời giải. Gọi d' là ảnh của d qua phép đối xứng tâm $Đ_I$, suy ra d' song song hoặc trùng với d nên $d':3x-y+c=0$.

Chọn $A(1;0)\in d$. Ta có $Đ_I(A)=A'(x;y)\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{IA'}=-\overrightarrow{IA}\\ A'\in d'\end{cases}$.

Từ $\overrightarrow{IA'}=-\overrightarrow{IA}\to A'(1;4)$ thay vào d' ta được $3.1-4+c=0\Leftrightarrow c=1\to d':3x-y+1=0$.

Gọi d'' là ảnh của d' qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$, suy ra d'' song song hoặc trùng với d' nên $d'':3x-y+m=0$.

Chọn $A'(1;4)\in d'$. Ta có $T_{\vec{v}}(A')=A''\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{A'A''}=\vec{v}\\ A''\in d''\end{cases}$.

Từ $\overrightarrow{A'A''}=\vec{v}\longrightarrow A''(-1;5)$ thay vào d'' ta được $3.(-1)-5+m=0\Leftrightarrow m=8$.

Vậy $d'':3x-y+8=0$. **Chọn D.**

Câu 2 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+2)^2=4$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(2;3)$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

A. $x^2+y^2=4.$ **B.** $(x-2)^2+(y-6)^2=4.$

C. $(x-2)^2+(y-3)^2=4.$ **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=4.$

Lời giải. Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$ và bán kính $R=2$.

Phép dời hình biến (C) thành $(C')\longrightarrow(C')$ có tâm K và bán kính $R'=R=2.$

- $I(1;-2)\xrightarrow{Đ_{Oy}}H(-1;-2).$
- $H(-1;-2)\xrightarrow[\vec{v}=(2;3)]{T_{\vec{v}}}K(1;1).$

Vậy (C'): $(x-1)^2+(y-1)^2=4.$ **Chọn D.**

Câu 3 Hợp thành của hai phép tịnh tiến là phép nào trong các phép dưới đây?

A. Phép đối xứng trục. **B.** Phép đối xứng tâm.

C. Phép tịnh tiến. **D.** Phép quay.

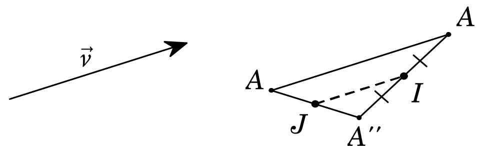
Lời giải. Hợp thành hai phép tịnh tiến là một phép tịnh tiến có vectơ tịnh tiến bằng tổng hai vectơ tịnh tiến của hai phép đã cho. **Chọn C.**

Câu 4 Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ và phép đối xứng tâm I là phép nào trong các phép sau đây?

A. Phép đối xứng trục. **B.** Phép đối xứng tâm.

C. Phép đồng nhất. **D.** Phép tịnh tiến.

Lời giải. Chọn B. Tâm đối xứng là J thỏa mãn $\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{2}\vec{v}.$

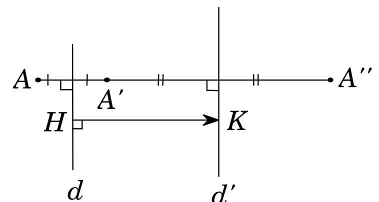


Câu 5 Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng qua hai đường thẳng song song là phép nào trong các phép dưới đây?

A. Phép đối xứng trục. **B.** Phép đối xứng tâm.

C. Phép tịnh tiến. **D.** Phép quay, góc quay khác π.

Lời giải. Chọn C. Vectơ tịnh tiến là $2\overrightarrow{HK}$ với H,K lần lượt nằm trên trục của phép thứ nhất và phép thứ hai sao cho HK vuông góc với các trục đó.



Câu 6 Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng qua hai đường thẳng vuông góc với nhau là phép nào trong các phép dưới đây?

A. Phép đối xứng trục **B.** Phép đối xứng tâm

C. Phép tịnh tiến **C.** Phép quay, góc quay khác π.

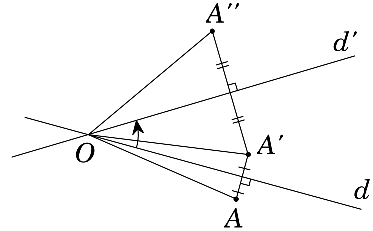
Lời giải. Chọn B. Tâm đối xứng là giao điểm của hai trục đối xứng.

Câu 7 Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng qua hai đường thẳng cắt nhau (không vuông góc) là phép nào trong các phép dưới đây?

A. Phép đối xứng trục **B.** Phép đối xứng tâm

C. Phép tịnh tiến **D.** Phép quay, góc quay khác π.

Lời giải. Chọn D. Tâm quay là giao điểm của hai trục đối xứng. Góc quay bằng hai lần góc tạo bởi hai trục đối xứng.

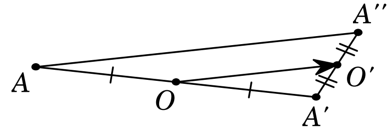


Câu 8 Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng tâm là phép nào trong các phép dưới đây?

A. Phép đối xứng trục. **B.** Phép đối xứng tâm.

C. Phép tịnh tiến. **C.** Phép quay.

Lời giải. Chọn C. Tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = 2\overrightarrow{OO'}$ với O là tâm của phép đối xứng thứ nhất, O' là tâm của phép đối xứng thứ hai.



Câu 9 Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O với M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Hỏi phép dời hình có được bằng các thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$ và phép đối xứng trục BC là phép nào trong các phép sau đây?

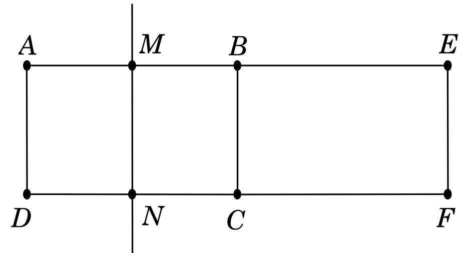
A. Phép đối xứng tâm M. **B.** Phép đối xứng tâm N.

C. Phép đối xứng tâm O. **D.** Phép đối xứng trục MN.

Lời giải. Ta có

$$\begin{array}{ccccc} A & \xrightarrow{T_{\overrightarrow{AB}}} & B & \xrightarrow{Đ_{BC}} & B \\ B & & E & & A \\ C & & F & & D \\ D & & C & & C \end{array}$$

Dựa vào sơ đồ ta thấy A, B hoán đổi vị trí; CD hoán đổi vị trí. **Chọn D.**



Câu 10. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O. Gọi Q là phép quay tâm A biến B thành D, $Đ$ là phép đối xứng trục AD. Hỏi phép dời hình có được bằng các thực hiện liên tiếp phép quay Q và phéo đối xứng trục AD là phép nào trong các phép sau đây?

A. Phép đối xứng tâm D. **B.** Phép đối xứng trục AC.

C. Phép đối xứng tâm O. **D.** Phép đối xứng trục AB.

Lời giải. Phép quay tâm A biến B thành D, suy ra góc quay $\alpha = -90^0$. Ta có

$$\begin{array}{ccccc} A & \xrightarrow{Q} & A & \xrightarrow{Đ_{AD}} & A \\ B & & D & & D \\ C & & E & & C \\ D & & F & & B \end{array}$$

F A B

E D C

Từ hình vuông $ABCD$ biến thành hình vuông $ADCB$. Nhận thấy có hai điểm không đổi vị trí là A và C nên suy ra đây là phép đối xứng trục AC. **Chọn B.**

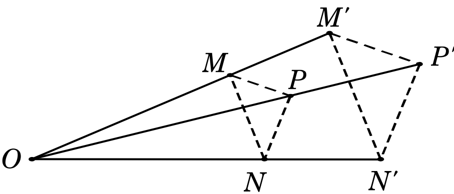
❍ Bài 07

PHÉP VỊ TỰ

1. Định nghĩa

Cho điểm O và số $k \neq 0$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$ được gọi là phép vị tự tâm O tỉ số k.

Phép vị tự tâm O tỉ số k thường được kí hiệu là $V_{(O,k)}$.



Nhận xét

- Phép vị tự biến tâm vị tự thành chính nó.
- Khi $k = 1$, phép vị tự là đồng nhất.
- Khi $k = -1$, phép vị tự là phép đối xứng tâm.
- $M' = V_{(O,k)}(M) \Leftrightarrow M = V_{\left(O,\frac{1}{k}\right)}(M')$.

2. Tính chất

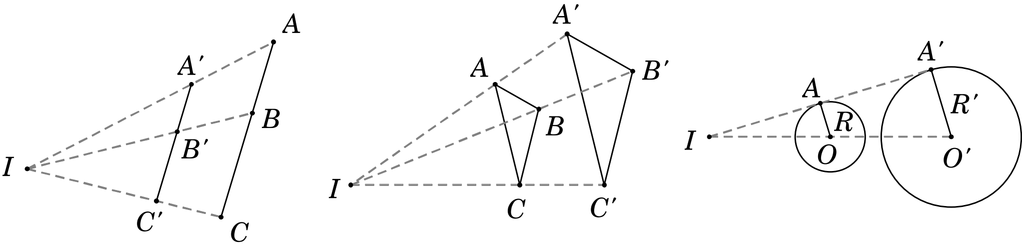
Tính chất 1

Nếu phép vị tự tỉ số k biến hai điểm M, N tùy ý theo thứ tự thành M', N' thì $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$ và $M'N' = |k|.MN$.

Tính chất 2

Phép vị tự tỉ số k:

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy;
- Biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng;
- Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó, biến góc thành góc bằng nó;
- Biến đường tròn bán kính R thành đường tròn bán kính $|k|.R$.



CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hai đường thẳng cắt nhau d và d'. Có bao nhiêu phép vị tự biến d thành đường thẳng d'?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn A. Vì qua phép vị tự, đường thẳng biến thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Câu 2. Cho hai đường thẳng song song d và d'. Có bao nhiêu phép vị tự với tỉ số $k=20$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d'?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Lấy hai điểm A và A' tùy ý trên d và d'. Chọn điểm O thỏa mãn $\overrightarrow{OA'}=20\overrightarrow{OA}$. Khi đó phép vị tự tâm O tỉ số $k=20$ sẽ biến d thành đường thẳng d'. Do A và A' tùy ý trên d và d' nên suy ra có vô số phép vị tự. **Chọn D.**

Câu 3. Cho hai đường thẳng song song d và d' và một điểm O không nằm trên chúng. Có bao nhiêu phép vị tự tâm O biến đường thẳng d thành đường thẳng d'?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Kẻ đường thẳng Δ qua O, cắt d tại A và cắt d' tại A'.

Gọi k là số thỏa mãn $\overrightarrow{OA'}=k\overrightarrow{OA}$.

Khi đó phép vị tự tâm O tỉ số k sẽ biến d thành đường thẳng d'.

Do k xác định duy nhất (không phụ thuộc vào Δ) nên có duy nhất một phép vị tự.

Chọn B.

Câu 4. Cho hai đường thẳng cắt nhau d và d'. Có bao nhiêu phép vị tự biến mỗi đường thẳng thành chính nó.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn D. Tâm vị tự là giao điểm của d và d'. Tỉ số vị tự là số k khác 0. (hoặc tâm vị tự tùy ý, tỉ số $k=1$ - đây là phép đồng nhất)

Câu 5. Cho hai đường tròn bằng nhau $(O;R)$ và $(O';R')$ với tâm O và O' phân biệt. Có bao nhiêu phép vị tự biến $(O;R)$ thành $(O';R')$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn B. Phép vị tự có tâm là trung điểm OO', tỉ số vị tự bằng -1.

Câu 6. Cho đường tròn $(O;R)$. Có bao nhiêu phép vị tự với tâm O biến $(O;R)$ thành chính nó?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn C. Tỉ số vị tự $k=\pm 1$.

Câu 7. Cho đường tròn $(O;R)$. Có bao nhiêu phép vị tự biến $(O;R)$ thành chính nó?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn D. Phép vị tự có tâm tùy ý, tỉ số vị tự $k=1$.

Câu 8. Có bao nhiêu phép vị tự biến đường tròn $(O;R)$ thành đường tròn $(O;R')$ với $R\neq R'$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Chọn C. Phép vị tự có tâm là O, tỉ số vị tự $k=\pm\dfrac{R'}{R}$.

Câu 9. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=1$ là phép nào trong các phép sau đây?

A. Phép đối xứng tâm. **B.** Phép đối xứng trục.

C. Phép quay một góc khác $k\pi$. **D.** Phép đồng nhất.

Lời giải. Chọn D.

Câu 10. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=-1$ là phép nào trong các phép sau đây?

A. Phép đối xứng tâm. **B.** Phép đối xứng trục.

C. Phép quay một góc khác $k\pi$. **D.** Phép đồng nhất.

Lời giải. Chọn A.

Câu 11. Phép vị tự không thể là phép nào trong các phép sau đây?

A. Phép đồng nhất. **B.** Phép quay.

C. Phép đối xứng tâm. **D.** Phép đối xứng trục.

Lời giải. Chọn D.

Câu 12. Phép vị tự tâm O tỉ số k $(k\neq 0)$ biến mỗi điểm M thành điểm M'. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{k}\overrightarrow{OM'}.$ **B.** $\overrightarrow{OM}=k\overrightarrow{OM'}.$ **C.** $\overrightarrow{OM}=-k\overrightarrow{OM'}.$ **D.** $\overrightarrow{OM}=-\overrightarrow{OM'}.$

Lời giải. Ta có $V_{(O,k)}(M)=M'\longleftrightarrow\overrightarrow{OM'}=k\overrightarrow{OM}\longrightarrow\overrightarrow{OM}=\frac{1}{k}\overrightarrow{OM'}$ $(k\neq 0)$. **Chọn A.**

Câu 13. Phép vị tự tâm O tỉ số -3 lần lượt biến hai điểm A, B thành hai điểm C, D. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC}=-3\overrightarrow{BD}.$ **B.** $3\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}.$ **C.** $\overrightarrow{AB}=-3\overrightarrow{CD}.$ **D.** $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}.$

Lời giải. Ta có $V_{(O,-3)}(A)=C\longleftrightarrow\overrightarrow{OC}=-3\overrightarrow{OA}$ và $V_{(O,-3)}(B)=D\longleftrightarrow\overrightarrow{OD}=-3\overrightarrow{OB}.$

Khi đó $\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}=-3\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{DC}=-3\overrightarrow{BA}\Leftrightarrow\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{AB}.$ **Chọn B.**

Câu 14. Cho phép vị tự tỉ số $k=2$ biến điểm A thành điểm B, biến điểm C thành điểm D. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{CD}.$ **B.** $2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}.$ **C.** $2\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}.$ **D.** $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{BD}.$

Lời giải. Theo tính chất 1, ta có $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{AC}$. **Chọn C.**

Câu 15. Cho tam giác ABC với trọng tâm G, D là trung điểm BC. Gọi V là phép vị tự tâm G tỉ số k biến điểm A thành điểm D. Tìm k.

A. $k=\frac{3}{2}$ **B.** $k=-\frac{3}{2}$ **C.** $k=\frac{1}{2}$ **D.** $k=-\frac{1}{2}$

Lời giải. Do D là trung điểm BC nên AD là đường trung tuyến của tam giác $ABC.$

Suy ra $\overrightarrow{GD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}\longrightarrow V_{\left(G,-\frac{1}{2}\right)}(A)=D$. Vậy $k=-\frac{1}{2}$. **Chọn D.**

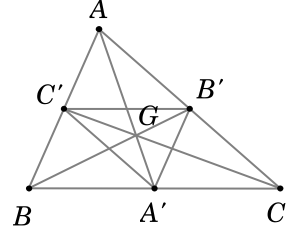
Câu 16. Cho tam giác ABC với trọng tâm G. Gọi A', B', C' lần lượt là trụng điểm của các cạnh BC, AC, AB của tam giác ABC. Khi đó, phép vị tự nào biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC?

A. Phép vị tự tâm G, tỉ số $k=2.$ **B.** Phép vị tự tâm G, tỉ số $k=-2.$

C. Phép vị tự tâm G, tỉ số $k=-3.$ **D.** Phép vị tự tâm G, tỉ số $k=3.$

Lời giải. Theo giả thiết, ta có

$$\begin{cases}\overrightarrow{GA}=-2\overrightarrow{GA'}\\ \overrightarrow{GB}=-2\overrightarrow{GB'}\\ \overrightarrow{GC}=-2\overrightarrow{GC'}\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}V_{(G,-2)}(A')=A\\ V_{(G,-2)}(B')=B\\ V_{(G,-2)}(C')=C\end{cases}$$



Vậy $V_{(G,-2)}$ biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC.

Chọn B.

Câu 17. Cho hình thang $ABCD$ có hai cạnh đáy là AB và CD thỏa mãn $AB=3CD$. Phép vị tự biến điểm A thành điểm C và biến điểm B thành điểm D có tỉ số k là:

A. $k=3.$ **B.** $k=-\frac{1}{3}.$ **C.** $k=\frac{1}{3}.$ **D.** $k=-3.$

Lời giải. Do $ABCD$ là hình thang có $AB\,//\,CD$ và $AB=3CD$ suy ra $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{DC}.$

Giả sử có phép vị tự tâm $O,$ tỉ số k thỏa mãn bài toán.

- Phép vị tự tâm $O,$ tỉ số k biến điểm $A\longrightarrow C$ suy ra $\overrightarrow{OC}=k\overrightarrow{OA}$ (1).
- Phép vị tự tâm $O,$ tỉ số k biến điểm $B\longrightarrow D$ suy ra $\overrightarrow{OD}=k\overrightarrow{OB}$ (2).

Từ (1) và (2), suy ra $\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}=k\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{DC}=k\overrightarrow{BA}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{k}\overrightarrow{DC}.$

Mà $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{DC}$ suy ra $-\frac{1}{k}=3\Leftrightarrow k=-\frac{1}{3}$. **Chọn B.**

Nhận xét. Tâm vị tự là giao điểm của hai đường chéo trong hình thang. Bạn đọc cũng có thể chứng minh bằng hai tam giác đồng dạng.

Câu 18. Cho hình thang $ABCD$, với $\overrightarrow{CD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Xét phép vị tự tâm I tỉ số k biến $\overrightarrow{AB}$ thành $\overrightarrow{CD}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $k=-\frac{1}{2}.$ **B.** $k=\frac{1}{2}.$ **C.** $k=-2.$ **D.** $k=2.$

Lời giải. Từ giả thiết, suy ra $\begin{cases}V_{(I,k)}(A)=C\\ V_{(I,k)}(B)=D\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{IC}=k\overrightarrow{IA}\\ \overrightarrow{ID}=k\overrightarrow{IB}\end{cases}.$

Suy ra $\overrightarrow{ID}-\overrightarrow{IC}=k\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IA}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{CD}=k\overrightarrow{AB}.$ Kết hợp giả thiết suy ra $k=-\frac{1}{2}.$ **Chọn A.**

Câu 19. Xét phép vị tự $V_{(I,3)}$ biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Hỏi chu vi tam giác $A'B'C'$ gấp mấy lần chu vi tam giác ABC.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải. Qua phép vị tự $V_{(I,3)}$ thì $A'B'=3AB,\ B'C'=3BC,\ C'A'=3CA.$

Vậy chu vi tam giác $A'B'C'$ gấp 3 lần chu vi tam giác ABC. **Chọn C.**

Câu 20. Một hình vuông có diện tích bằng 4. Qua phép vị tự $V_{(I,-2)}$ thì ảnh của hình vuông trên có diện tích tăng gấp mấy lần diện tích ban đầu.

A. $\frac{1}{2}.$ **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải. Từ giả thiết suy ra hình vuông ban đầu có độ dài cạnh bằng 2.

Qua phép vị tự $V_{(I,-2)}$ thì độ dài cạnh của hình vuông tạo thành bằng 4, suy ra diện tích bằng 16. Vậy diện tích tăng gấp 4 lần. **Chọn C.**

Câu 21. Cho đường tròn $(O;3)$ và điểm I nằm ngoài (O) sao cho $OI=9$. Gọi $(O';R')$ là ảnh của $(O;3)$ qua phép vị tự $V_{(I,5)}$. Tính R'.

A. $R'=9$. **B.** $R'=\frac{5}{3}$. **C.** $R'=27$. **D.** $R'=15$.

Lời giải. Ta có $R'=|k|.R=5.R=5.3=15$. **Chọn D.**

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho phép vị tự tâm $I(2;3)$ tỉ số $k=-2$ biến điểm $M(-7;2)$ thành điểm M' có tọa độ là:

A. $(-10;2)$ **B.** $(20;5)$ **C.** $(18;2)$ **D.** $(-10;5)$

Lời giải. Gọi $M'(x;y)$. Suy ra $\overrightarrow{IM}=(-9;-1)$, $\overrightarrow{IM'}=(x-2;y-3)$.

Ta có $V_{(I,-2)}(M)=M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'}=-2\overrightarrow{IM} \longrightarrow \begin{cases} x-2=-2.(-9) \\ y-3=-2.(-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=20 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow M'(20;5)$.

Chọn B.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho phép vị tự V tỉ số $k=2$ biến điểm $A(1;-2)$ thành điểm $A'(-5;1)$. Hỏi phép vị tự V biến điểm $B(0;1)$ thành điểm có tọa độ nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(12;-5)$. **C.** $(-7;7)$. **D.** $(11;6)$.

Lời giải. Gọi $B'(x;y)$ là ảnh của B qua phép vị tự V.

Suy ra $\overrightarrow{A'B'}=(x+5;y-1)$ và $\overrightarrow{AB}=(-1;3)$.

Theo giả thiết, ta có $\overrightarrow{A'B'}=2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x+5=2.(-1) \\ y-1=2.3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-7 \\ y=7 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(1;2)$, $B(-3;4)$ và $I(1;1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số $k=-\frac{1}{3}$ biến điểm A thành A', biến điểm B thành B'. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $A'B'=AB$. **B.** $\overrightarrow{A'B'}=\left(\frac{4}{3};-\frac{2}{3}\right)$. **D.** $\overrightarrow{A'B'}=(-4;2)$. **C.** $A'B'=2\sqrt{5}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;2)$.

Từ giả thiết, ta có $\overrightarrow{A'B'}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}=\left(\frac{4}{3};-\frac{2}{3}\right)$. **Chọn B.**

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $M(4;6)$ và $M'(-3;5)$. Phép vị tự tâm I, tỉ số $k=\frac{1}{2}$ biến điểm M thành M'. Tìm tọa độ tâm vị tự I.

A. $I(-4;10)$. **B.** $I(11;1)$. **C.** $I(1;11)$. **D.** $I(-10;4)$.

Lời giải. Gọi $I(x;y)$. Suy ra $\overrightarrow{IM}=(4-x;6-y)$, $\overrightarrow{IM'}=(-3-x;5-y)$.

Ta có $V_{\left(I,\frac{1}{2}\right)}(M)=M'\Leftrightarrow \overrightarrow{IM'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{IM}\Leftrightarrow \begin{cases}-3-x=\frac{1}{2}(4-x)\\ 5-y=\frac{1}{2}(6-y)\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x=-10\\ y=4\end{cases}\Rightarrow I(-10;4).$

Chọn D.

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $I(-2;-1)$, $M(1;5)$ và $M'(-1;1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm M thành M'. Tìm k.

A. $k=\frac{1}{3}$. **B.** $k=\frac{1}{4}$. **C.** $k=3$. **D.** $k=4$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{IM'}=(1;2)$, $\overrightarrow{IM}=(3;6)$.

Theo giả thiết: $V_{(I,k)}(M)=M'\Leftrightarrow \overrightarrow{IM'}=k\overrightarrow{IA}\Leftrightarrow \begin{cases}1=k.3\\ 2=k.6\end{cases}\Leftrightarrow k=\frac{1}{3}$. **Chọn A.**

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d:2x+y-3=0$. Phép vị tự tâm O, tỉ số $k=2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

A. $2x+y+3=0$. **B.** $2x+y-6=0$. **C.** $4x-2y-3=0$. **D.** $4x+2y-5=0$.

Lời giải. Ta có $V_{(O,2)}:d\mapsto d'\longrightarrow d\ //\ d'$ nên $d':2x+y+c=0$ $(c\neq -3$ do $k\neq 1)$.

Chọn $A(0;3)\in d$. Ta có $V_{(O,2)}(A)=A'\longrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{OA'}=2\overrightarrow{OA}\\ A'\in d'\end{cases}$.

Từ $\overrightarrow{OA'}=2\overrightarrow{OA}\longrightarrow A'(0;6)$. Thay vào d' ta được $d':2x+y-6=0$. **Chọn B.**

Cách 2. Giả sử phép vị tự $V_{(O,2)}$ biến điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(x';y')$.

Ta có $\overrightarrow{OM'}=2\overrightarrow{OM}\Leftrightarrow \begin{cases}x'=2x\\ y'=2y\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}x=\frac{x'}{2}\\ y=\frac{y'}{2}\end{cases}$.

Thay vào d ta được $2.\frac{x'}{2}+\frac{y'}{2}-3=0\Leftrightarrow 2x'+y'-6=0$.

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta:x+2y-1=0$ và điểm $I(1;0)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ thành Δ' có phương trình là:

A. $x-2y+3=0$. **B.** $x+2y-1=0$. **C.** $2x-y+1=0$. **D.** $x+2y+3=0$.

Lời giải. Nhận xét. Mới đọc bài toán nghĩ rằng đề cho thiếu dữ kiện, cụ thể không cho k bằng bao nhiêu thì sao tìm được Δ'.
Để ý thấy $I\in\Delta$ do đó phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ thành Δ' trùng với Δ, với mọi $k\neq 0$. **Chọn B.**

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có phương trình $x-2y+1=0$, $x-2y+4=0$ và điểm $I(2;1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ_1 thành Δ_2. Tìm k.

A. $k=1$. **B.** $k=2$. **C.** $k=3$. **D.** $k=4$.

Lời giải. Chọn $A(1;1)\in\Delta_1$. Ta có $V_{(I,k)}(A)=B(x;y)\longrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{IB}=k\overrightarrow{IA}\\ B\in\Delta_2\end{cases}$.

Từ $\overrightarrow{IB}=k\overrightarrow{IA}\longrightarrow B(2-k;1)$.

Do $B\in\Delta_2$ nên $(2-k)-2.1+4=0\Leftrightarrow k=4$. **Chọn D.**

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-5)^2=4$ và điểm $I(2;-3)$. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm I tỉ số $k=-2$. Khi đó (C') có phương trình là:

A. $(x-4)^2+(y+19)^2=16$.
B. $(x-6)^2+(y+9)^2=16$.
C. $(x+4)^2+(y-19)^2=16$.
D. $(x+6)^2+(y+9)^2=16$.

Lời giải. Đường tròn (C) có tâm $K(1;5)$ và bán kính $R=2$.

Gọi $K'(x;y)=V_{(I,-2)}(K)\Leftrightarrow\overrightarrow{IK'}=-2\overrightarrow{IK}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=-2(1-2)\\y+3=-2(5+3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=-19\end{cases}\Rightarrow K'(4;-19)$ là tâm của đường tròn (C').

Bán kính R' của (C') là $R'=|k|.R=2.2=4$.

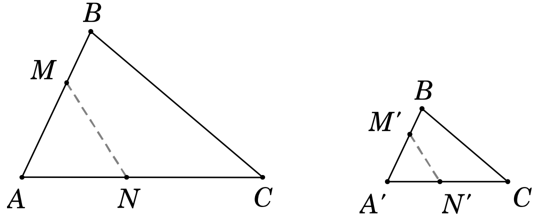
Vậy $(C'):(x-4)^2+(y+19)^2=16$. **Chọn A.**

❍ Bài 08

PHÉP ĐỒNG DẠNG

1. Định nghĩa

Phép biến hình F được gọi là phép đồng dạng tỉ số k $(k>0)$ nếu với hai điểm M, N bất kì và ảnh M', N' tương ứng của chúng ta luôn có $M'N'=kMN$.



Nhận xét

- Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số 1.
- Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.

2. Tính chất

Phép đồng dạng tỉ số k:

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy;
- Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đọan thẳng;
- Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó, biến góc thành góc bằng nó;
- Biến đường tròn bán kính R thành đường tròn bán kính kR.

3. Hình đồng dạng

Định nghĩa

Hai hình được gọi là đồng dạng với nhau nếu có một phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Phép dời hình là phép đồng dạng. **B.** Phép vị tự là phép đồng dạng.

C. Phép đồng dạng là phép dời hình. **D.** Phép vị tự không phải là phép dời hình.

Lời giải. Khi $k\neq 1$ thì phép đồng dạng không là phép dời hình. **Chọn C.**

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Hai đường thẳng bất kì luôn đồng dạng.

B. Hai đường tròn bất kì luôn đồng dạng.

C. Hai hình vuông bất kì luôn đồng dạng.

D. Hai hình chữ nhật bất kì luôn đồng dạng.

Lời giải. Chọn D. Ví dụ hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2,\ AD=4$ và hình chữ nhật $MNPQ$ có $MN=3,\ MQ=5$. Khi đó không tồn tại số thực k để thỏa $\begin{cases} MN=kAB \\ MQ=kAD \end{cases}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC và $A'B'C'$ đồng dạng với nhau theo tỉ số k. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. k là tỉ số hai trung tuyến tương ứng

B. k là tỉ số hai đường cao tương ứng

C. k là tỉ số hai góc tương ứng

D. k là tỉ số hai bán kính đường tròn ngoại tiếp tương ứng

Lời giải. Chọn C. Vì hai tam giác đồng dạng thì các góc tương ứng luôn bằng nhau.

Câu 4. Mọi phép dời hình cũng là phép đồng dạng với tỉ số k bằng:

A. $k=1$. **B.** $k=-1$. **C.** $k=0$. **D.** $k=2$.

Lời giải. Tính chất: Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số $k=1$. **Chọn A.**

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số $k=1$.

B. Phép đồng dạng biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

C. Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.

D. Phép đồng dạng bảo toàn độ lớn góc.

Lời giải. Chọn B. Vì có thể hai đường thẳng đó cắt nhau nữa.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(2;4)$. Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k=\frac{1}{2}$ và phép đối xứng qua trục Oy sẽ biến M thành điểm nào trong các điểm sau:

A. $(1;2)$ **B.** $(-2;4)$ **C.** $(-1;2)$ **D.** $(1;-2)$

Lời giải. Gọi $M'(x';y')=V_{\left(O;\frac{1}{2}\right)}(M)\longleftrightarrow\overrightarrow{OM'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OM}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}\longrightarrow M'(1;2)$

$\xrightarrow{Đ_{Oy}} M''(-1;2)$. **Chọn C.**

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x+y-2=0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(-1;-1)$ tỉ số $k=\frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc -45^0.

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y=x$. **D.** $y=-x$.

Lời giải. Gọi d_1 là ảnh của d qua phép vị tự tâm $I(-1;-1)$ tỉ số $k=\frac{1}{2}$.

Vì d_1 song song hoặc trùng với d nên phương trình của nó có dạng $x+y+c=0$.

Lấy $M(1;1)$ thuộc d.

Gọi $M'(x';y')=V_{\left(I;\frac{1}{2}\right)}(M)\longleftrightarrow\overrightarrow{IM'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{IM}\Rightarrow\begin{cases}x+1=\frac{1}{2}(1+1)\\y+1=\frac{1}{2}(1+1)\end{cases}\longrightarrow M'(0;0)$ thuộc d_1.

Vậy phương trình của d_1 là $x+y=0$.

Ảnh của d_1 (đường phân giác góc phần tư thứ hai) qua phép quay tâm O góc -45^0 là đường thẳng Oy. Vậy phương trình của d' là $x=0$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2+(y-2)^2=4$. Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp các phép vị tự có tâm O tỉ số $k=\dfrac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc 90^0 sẽ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn sau?

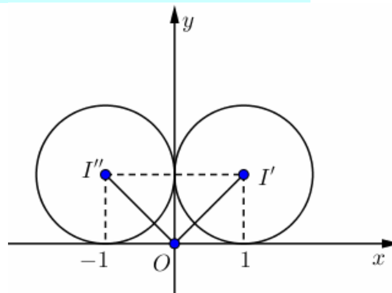
A. $(x-2)^2+(y-2)^2=1$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2=1$. **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2=1$.

Lời giải. Đường tròn (C) có tâm $I(2;2)$, bán kính $R=2$.

Suy ra phép vị tự $V_{\left(O;\frac{1}{2}\right)}$ biến (C) thành (C') tâm $I'(1;1)$, bán kính $R'=1$.

Phép quay $Q_{(O;90^0)}$ biến (C') thành (C'') có tâm $I''(-1;1)$, bán kính $R''=R'=1$.



Vậy phương trình đường tròn (C'') là $(x+1)^2+(y-1)^2=1$. **Chọn D.**

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(-2;-3)$ và $B(4;1)$. Phép đồng dạng tỉ số $k=\dfrac{1}{2}$ biến điểm A thành A', biến điểm B thành B'. Tính độ dài $A'B'$.

A. $A'B'=\dfrac{\sqrt{52}}{2}$. **B.** $A'B'=\sqrt{52}$. **C.** $A'B'=\dfrac{\sqrt{50}}{2}$. **D.** $A'B'=\sqrt{50}$.

Lời giải. Phép đồng dạng tỉ số $k=\dfrac{1}{2}$ biến điểm A thành A', biến điểm B thành B' nên ta luôn có (theo định nghĩa) $A'B'=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{\sqrt{(4+2)^2+(1+3)^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{52}}{2}$. **Chọn A.**

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường tròn (C) và (C') có phương trình $x^2+y^2-4y-5=0$ và $x^2+y^2-2x+2y-14=0$. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng tỉ số k, khi đó giá trị k là:

A. $k=\dfrac{4}{3}$. **B.** $k=\dfrac{3}{4}$. **C.** $k=\dfrac{9}{16}$. **D.** $k=\dfrac{16}{9}$.

Lời giải. Đường tròn (C) có bán kính $R=3$. Đường tròn (C') có bán kính $R'=4$.

Suy ra tỉ số đồng dạng $k=\dfrac{R'}{R}=\dfrac{4}{3}$. **Chọn A.**